

Subject:

Year. 200 Month. Day.

معارلات دیفراشیل :

مناج : - سیکوتور (ترجمه عالیزاره)
- کنافت ()
- کلامهای
- نیستاد
- هج

سرفصل ها : - معارلات دیفراشیل - تعاریف - جواب
- معارله دیفراشیل متربه اتل (رچداش پذیر - هدن - لادرندر -)
- معارله دیفراشیل متربه درم دیبلاتر
- حل / عد کایل ترها و اپلترهای خکرس
- تبدیلات لایاس رض معارلات بکت آنکه
- حل معارضات بکت درستگاه



Subject:

Year. 200 Month. Day.

معارله ریفارنسیل: هر مدار که خرم $f(x, J, J', \dots, J^{(n)}) = 0$ داشته باشد
که در آن x تغیر، J^i مشتقات مختلف تابع می‌باشد.

$$xJ' + J = 0 \quad (\text{مرتبه سوم}) \quad J'' + e^x J' + 2e^x J = 0 \quad (\text{مرتبه چهارم})$$

مرتبه مدار ریفارنسیل: بالاترین مرتبه مستقیم موجود در مدار ریفارنسیل مرتبه مدار
ریفارنسیل می‌گریند

جواب مدار ریفارنسیل: منظور از جواب مدار ریفارنسیل تابع است مانند

$$(x) f(J) = J \quad \text{و} \quad f(x, J) = 0 \quad \text{بطری، در مدار ریفارنسیل صدق کند}$$

جواب عمومی مدار ریفارنسیل: کسی تین جواب کی مدار ریفارنسیل را جواب

عمومی مدار ریفارنسیل دانسته باشیم جواب لایت تراطی خاص بطوریکه جواب خصوصی

مدار ریفارنسیل می‌گریند

$$\text{EX: } J' - J = 0 \quad \Rightarrow \quad J = e^x \quad \text{جواب خصوصی}$$

$$\rightarrow \begin{cases} J = ce^x \\ J' = ce^x \end{cases} \quad \text{جواب عمومی}$$

Subject:

Year. 200 Month. Day.

حصاره ترتیب اول: صریح‌داره به ضم $f(x, y, y') = 0$ باشد بعدها در ترتیب

اول است.
برای حل معادله ترتیب اول آن حصار استیندی می‌شیم و روش حل هر کسی به صورت زیر است:

البت) معادله حدانی پذیر (تفصیلی نباید): صریح‌داره ای بر را ان تغییرهای x, y, y'

را از میدارد حداکثر معادله تفصیلی پذیر نباشد و سر برای حل آن، طریق زیر عمل می‌شود

$$f(x, y, y') = 0 \Rightarrow y' = f(x, y) \Rightarrow y' = P(x) Q(y)$$

$$\frac{dy}{dx} = P(x) Q(y) \Rightarrow \int \frac{dy}{Q(y)} = \int P(x) dx$$

سئال: معادلات دیفرانسیل زیر را حل کنید.

$$1) xy' + y = 0$$

$$xy' = -y \quad \int \frac{dy}{y} = \int \frac{dx}{x}$$

$$y' = \frac{-y}{x} \quad \ln y = -\ln x + \ln C$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-y}{x} \quad \ln y = \ln \frac{C}{x}$$

$$\frac{-dy}{y} = \frac{dx}{x} \quad y = \frac{C}{x} \quad \text{جابه عومن}$$

Subject:

Year. 200 Month. Day.

$$Y) \quad j' = \frac{xj + u}{xj + j} \quad \frac{x+1-u-1}{x+1} dx + \frac{u+1-1}{j+1} dj = .$$

$$j' = \frac{x(j+1)}{j(x+1)} \quad \int \left(1 - \frac{1}{x+1}\right) dx + \int \left(1 - \frac{1}{j+1}\right) dj = .$$

$$j'j(x+1) = x(j+1) \quad \int dx - \int \frac{1}{x+1} dx + \int dj - \int \frac{1}{j+1} dj = .$$

$$\frac{dj}{dx} = \frac{x(j+1)}{j(x+1)} \quad x - \ln(x+1) + j - \ln j + 1 = .$$

$$\frac{dj \cdot j}{j+1} = \frac{x \cdot dx}{x+1}$$

$$Y) \quad j' + xj + j + x + 1 = . \quad \frac{dj}{(j+1)} = -(u+1) dx$$

$$j' + j(x+1) + x+1 = . \quad \ln(j+1) = -\frac{1}{r} x^r + x + C$$

$$j' + [x+1](j+1) = . \quad j+1 = e^{-\frac{1}{r} x^r + x + C} = C_1 e^{-\frac{1}{r} x^r - x}$$

$$j' = -(x+1)(j+1) \quad j = C_1 e^{-\frac{1}{r} x^r - x} - 1$$

$$\frac{dj}{dx} = -(x+1)(j+1)$$

$$Y) \quad e^{ux+rj} = j' \quad \int e^{-rj} \cdot dj = \int e^{ux} \cdot dx$$

$$\frac{dj}{dx} = e^{ux+rj} \quad -\frac{1}{r} e^{-rj} = e^{ux} + C$$

$$\frac{dj}{dx} = e^x \cdot e^{rj}$$

$$\frac{dj}{e^{rx}} = e^x \cdot dx$$

Subject:

Year. 200 Month. Day.

$$\textcircled{1) } e^x dx + u \ln u dy = 0 \quad \ln(\ln u) + \ln c = e^{-x}$$

$$e^x dx = -u \ln u dy \quad \ln(u \ln u) = e^{-x}$$

$$\frac{du}{u \ln u} = -\frac{dx}{e^x}$$

$$\int \frac{du}{u \ln u} = \int -\frac{dx}{e^x}$$

$$\textcircled{2) } y' = \frac{r e^x + g y}{(e^x - r) \sec^2 y}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{r e^x + g y}{(e^x - r) \sec^2 y}$$

$$\ln(tgy) = \ln(e^x - r) + \ln c$$

$$\ln(tgy) = \ln c (e^x - r)$$

$$\frac{\sec^2 y dy}{tgy} = \frac{r e^x dx}{e^x - r}$$

$$tgy = c(e^x - r)$$

$$\ln(tgy) = r \ln(e^x - r) + \ln c$$

$$\textcircled{3) } y' = \frac{\sin u}{1 - r j^r} \quad j(0) = 1$$

$$\frac{dy}{du} = \frac{\sin u}{1 - r j^r}$$

$$(1 - r j^r) dy = \sin u du$$

$$j - j^r = -\cos u + c$$

$$\xrightarrow{x=\pi, j=1} 1 - 1 = -\cos \pi + c \quad \downarrow$$

$$\int dy - \int r j^r dy = \int \sin u du$$

$$c = 1$$

$$j - \frac{r}{\pi} j^r = -\cos u + c \quad \Rightarrow \quad j - j^r = -\cos u + 1$$

Subject:

Year. 200 Month. Day.

ب) معادلات قابل تبدیل، معادلات جلاش نیزی:

ا- در معادله $y' = f(ax + bj + c)$ باشد با تغییر متغیر $z = ax + bj + c$ معادله $y' = f(z)$ میباشد

$ax + bj + c = u$ $y' = f(u)$

$$x \rightarrow a + bj' = u \quad u' = bf(u) + a = f(u)$$

$$bj' = u' - a \quad \frac{du}{dx} = f(u)$$

$$j' = \frac{u' - a}{b} \quad \int \frac{du}{f(u)} = \int dx$$

$$\frac{u' - a}{b} = f(u)$$

معادلات زیر حل نماید

$$ii) j' = rx + ry + \alpha$$

$$rx + ry + \alpha = u \Rightarrow r + ry' = u'$$

$$j' = \frac{u' - r}{r} \rightarrow \frac{u' - r}{r} = u$$

$$u' = ru + r \quad \frac{du}{dx} = ru + r$$

$$\frac{du}{ru + r} = dx \quad \int \frac{du}{ru + r} = \int dx$$

$$\frac{1}{r} \ln(ru + r) = x + C \quad \frac{1}{r} \ln(rx + ry + r) = x + C$$

Subject:

Year. 200 Month. Day.

$$r) j' = \operatorname{tg}(x+j) - 1$$

$$x+j = u$$

$$1+j' = u'$$

$$j' = u' - 1$$

$$u' - 1 = u$$

$$u' \cancel{=} \operatorname{tg}(x+j) \cancel{\neq}$$

$$u' = \operatorname{tg}(x+j)$$

$$u' = \operatorname{tg}(u)$$

$$\frac{du}{\operatorname{tg} u} = dx$$

$$\frac{du}{\operatorname{tg} u} = dx$$

$$\int \frac{du}{\operatorname{tg} u} = \int dx$$

$$\int \frac{\cos u}{\sin u} du = \int dx$$

$$\ln |\sin u| = x + c$$

$$\sin u = e^{x+c} = C_1 e^x \quad \therefore \quad \sin(x+j) = C_1 e^x$$

$$r) j' = (x+j)^r \quad x+j = u \quad 1+j' = u'$$

$$j' = u' - 1 \quad \underline{x+j=u} \rightarrow u' = u' - 1$$

$$u' = u'^r + 1$$

$$\frac{du}{dx} = u'^r + 1$$

$$\frac{du}{u'^r + 1} = dx$$

$$\int \frac{du}{u'^r + 1} = \int dx$$

$$\operatorname{Arctg} u = x + c$$

$$\operatorname{Arctg}(x+j) = x + c$$

Subject:

Year. 200 Month. Day.

۲) معادله هسن:

تابعه هسن: تابع هسن از دسته $f(x, y) = \dots$

$$\text{باشد } f(\lambda x, \lambda y) = \lambda^2 f(x, y)$$

مثال: $f(x, y) = xy + y^2$

$$f(\lambda x, \lambda y) = \lambda x \cdot \lambda y + (\lambda y)^2 = \lambda^2 xy + \lambda^2 y^2 = \lambda^2(xy + y^2)$$

هسن از دسته ۲ (چون λ را ب ۲ است)

Ex 2: $f(x, y) = x + y^2 + 1$

$$\Rightarrow f(\lambda x, \lambda y) = \lambda x + (\lambda y)^2 + 1 = \lambda x + \lambda^2 y^2 + 1$$

معادله هسن: معادله هسن نامیم در $P(x, y) dx + Q(x, y) dy = 0$

معادله هسن در مواردی که P, Q هستند

Ex: $(x+y) dx + (x-y) dy = 0$ هست

$$(x+1) dx + (y+1) dy = 0$$
 غیر هست

$$(xy + x^2) dx + (x-y) dy = 0$$
 غیر هست

Subject:

Year. 200 Month. Day.

رسیں صل عبارات ہن: اگر عبارت میں $P(x, y)dx + Q(x, y)dy = 0$

کا تابع تبدیل کر کے عبارت جدائی نہیں فرمائے جائے۔ $y = xv$

$$dy = v dx + x dv$$

$$\frac{dy}{dx} = v + x \frac{dv}{dx} \quad y' = v + xv'$$

? کیا

$$(x+y)dx + (x-y)dy = 0$$

$$y = xv \implies dy = v dx + x dv$$

$$(x+xv)dx + (x-xv)(v dx + x dv) = 0$$

$$[x(1+v)dx] + [x(1-v)(v dx + x dv)] = 0$$

$$(1+v)dx + (1-v)(v dx + x dv) = 0$$

$$(1+v+v^2-v^2)dx + (1-v)x dv = 0$$

$$(1+v^2-v^2)dx = -x(1-v)dv$$

$$\frac{(1-v)dv}{1+v^2-v^2} = \frac{-dx}{x} \quad \frac{1}{2} \ln(1+v^2-v^2) = -\ln x + \ln C$$

$$\sqrt{\ln(1+v^2-v^2)} = \sqrt{\frac{C}{x}}$$

$$\sqrt{1 + \frac{v^2}{x} - \left(\frac{v}{x}\right)^2} = \frac{C}{x}$$

Subject:

Year. 200 Month. Day.

$$y) J' = \frac{vxJ + J'}{x^r}$$

$$\frac{dj}{dx} = \frac{vx(vxV) + (vxV)'}{x^r}$$

$$dj = \frac{vx^r V + x^r V'}{x^r} dx$$

$$dj = \frac{x^r(vV + V')}{x^r} dx$$

$$\underline{dj = vdx + xdv}$$

$$\underline{\frac{dj}{dx} = v + xv'}$$

$$\frac{dj}{dx} = v + v'$$

$$v + xv' = v + v'$$

$$xv' = v - v'$$

$$\frac{dv'}{v(1+v)} = \frac{dx}{x}$$

$$\int \frac{A}{v} dv + \int \frac{B}{v+1} dv = \int \frac{dx}{x}$$

$$ALnV + BLn(V+1) = Lnx + LnC$$

معارلایی تبدیل ب معادلات مس بند:

معارلایی ب محض باشد حامل تبدیل بند

معارل مس بند برای این منظور درست نیز لازم ضریب دیگر در حوصلت روش

حل را برای هر آن مرتبه مس ننمیش

باتوجه به این رسمیت رخرج عبارت داخل مجموعه مسند را حالت نیز داشت

ب) رخدان مقاطعه شود

برای هر آن مرتبه مسند

برای هر آن مرتبه مسند

Subject:

Year. 200 Month. Day.

و) $ab' - ba' = 0$

$$ax + bj = k(ax + by) \quad ax + by = u$$

$$\rightarrow ax + bj' = u' \quad \rightarrow \quad \left\{ \begin{array}{l} j' = \frac{u' - a}{b} \text{ I} \\ j' = f\left(\frac{ax + bj + c}{ax + bj + c'}\right) \text{ II} \end{array} \right.$$

$$\text{I, II} \rightarrow \frac{u' - a}{b} = f\left(\frac{u + c}{ku + c'}\right) \quad u' = b f\left(\frac{u + c}{ku + c'}\right) + a$$

$$u' = f(u) \quad \frac{du}{dx} = f(u) \quad \frac{du}{f(u)} = dx$$

$$\int \frac{du}{f(u)} = \int dx$$

Ex: $j' = \frac{x + rj + \alpha}{rx + rj - \gamma}$

$$x + rj = u$$

$$1 + rj' = u'$$

$$j' = \frac{u' - 1}{r}$$

$$\frac{u' - 1}{r} = \left(\frac{u + \alpha}{ru - \gamma} \right)$$

$$u' = \frac{ru + \alpha}{ru - \gamma} + 1$$

$$u' = \frac{ru + \alpha + ru - \gamma}{ru - \gamma}$$

$$u' = \frac{ru + r}{ru - \gamma} = \frac{r(u+1)}{r(u-\gamma)}$$

$$u' = \frac{ru + r}{u - r}$$

$$\frac{du}{dx} = \frac{ru + r}{u - r}$$

$$\frac{u - r}{ru + r} du = dx$$

$$\int \frac{u - r}{ru + r} du = \int dx$$



Subject:

Year. 200 Month. Day.

$$\int \left(\frac{1}{r} - \frac{r}{ru+r} \right) du = \int dx$$

$$\frac{u-r}{u+1} + \frac{ru+r}{r}$$

$$\int \frac{1}{r} du - \int \frac{r}{ru+r} du = \int dx$$

$$-r$$

$$\frac{1}{r} u - r \ln(ru+r) = x + C$$

$$\frac{1}{r} (x + rj) - r \ln(rx + rj + r) = x + C$$

$$EX: j' = \frac{rx - j + \omega}{rx - rj - 1}$$

$$rx - j = u$$

$$u' = \frac{ru - v}{ru - 1}$$

$$r - j' = u'$$

$$\frac{du}{dx} = \frac{ru - v}{ru - 1}$$

$$j' = r - u'$$

$$\left(\frac{ru-1}{ru-v} \right) du = dx$$

$$r - u' = \left(\frac{u + \omega}{ru - 1} \right)$$

$$\frac{ru-1}{ru-\frac{1}{r}\omega} + \frac{ru-v}{r}$$

$$u' = \left(\frac{u + \omega}{ru - 1} \right) + r$$

$$-1 + \frac{1}{r} = \frac{1 - \omega}{r} = \frac{1}{r}$$

$$u' = \frac{-u - \omega + ru - r}{ru - 1}$$

$$\int \left(\frac{r}{u} + \frac{1}{ru - v} \right) du = \int dx$$

$$\int \frac{r}{u} du + \int \frac{1}{ru - v} du = \int dx$$

$$\frac{r}{u} u + \frac{1}{q} \ln |ru - v| = x + C$$

$$\frac{r}{u} (ru - j) + \frac{1}{q} \ln |ru - rj - v| = x + C$$

Subject:

Year. 200 Month. Day.

متن:
حالات حراری

$$(u^r + j^r) dx + r u j dy = 0 \quad j = r V^r \quad dj = V dx + u dV$$

$$(u^r + r u V^r) du + r u . u V^r (V dx + u dV) = 0$$

$$(u^r + r u V^r) du + (r u V^r)(V dx + u dV) = 0$$

$$(1 + V^r) du + r V^r (V dx + u dV) = 0$$

$$(1 + V^r) du + r V^r du + r V^r u dV = 0$$

$$(1 + V^r + r V^r) du + r V^r u dV = 0$$

$$(1 + r V^r) du + r V^r u dV = 0 \quad 1 + r V^r du = - r V^r u dV$$

$$\frac{du}{-r u} = \frac{-V dV}{1 + r V^r} \quad \left\{ \begin{array}{l} 1 + r V^r = u \\ du = -V dV \\ \frac{1}{2} du = -V dV \end{array} \right.$$

$$\frac{-1}{r} \frac{du}{u} = \frac{1}{2} \frac{du}{u} \rightarrow -\frac{1}{r} \ln u + \ln C = \frac{1}{2} \ln u$$

$$-\frac{1}{r} \ln u + \ln C = \frac{1}{2} \ln(1 + r V^r) \quad \ln C u = \frac{-1}{r} \ln(1 + r V^r)$$

$$\ln C u = \frac{-1}{r} \ln\left(\frac{1 + r V^r}{u}\right)$$

Subject:

Year. 200 Month. Day.

$$1) \quad u_j' = \sqrt{u^r - j^r} + j \quad \begin{cases} j' = V + \sqrt{u} \\ j = uV \end{cases}$$

$$u(V + \sqrt{u}) = \sqrt{u^r - u^r V^r} + uV$$

$$u(V^2 + \sqrt{u}) = \sqrt{u^r(1-V^r)} + uV$$

$$j(V + \sqrt{u}) = j\sqrt{(1-V^r)} + jV$$

$$\sqrt{u} = \sqrt{1-V^r} + jV$$

$$\sqrt{u} = \sqrt{1-V^r} \implies \frac{du}{dx} \cdot u = \frac{\sqrt{1-V^r}}{1} \implies \frac{du}{u} = \frac{dV}{\sqrt{1-V^r}}$$

$$\int \frac{du}{u} = \frac{dV}{\sqrt{1-V^r}} \quad \ln u + C = \operatorname{Arc sin} V$$

$$\ln u + C = \operatorname{Arc sin} V \quad e^{\operatorname{Arc sin} V} = uC$$

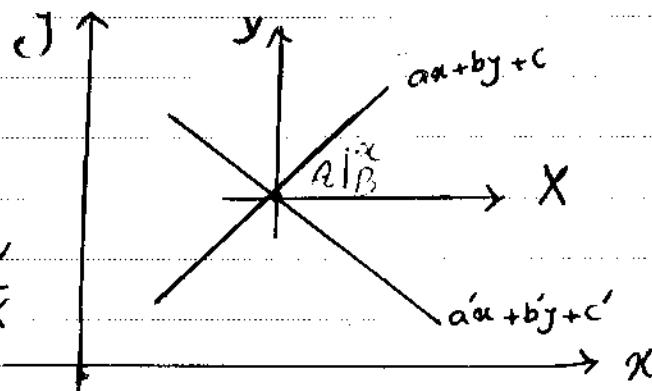
$$u = e^{\operatorname{Arc sin}(\frac{V}{u})}$$

ب) معادل اس بیتوان به معادلات همگن تبدیل کرد. (حالت مستطیل)

اگر خط مستطیل باشد بنابراین در نقطه ای هدایت را قطع نمایند. بدأهای علی

برخورد نمیکنند. در نتیجه جدید معادله بسته کوئیند مدار همگن است.

$$j' = f\left(\frac{au+by+c}{a'u+b'y+c'}\right)$$



$$\begin{aligned} x &= X + \alpha \quad dx = dX \\ y &= Y + \beta \quad dy = dy \end{aligned} \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dX} = \frac{\beta}{\alpha} \end{array} \right.$$

Subject:

Year. 200 Month. Day.

$$EX = J' = \frac{a+j-r}{a-j+r} \quad ab' - a'b \neq 0 \quad \text{quadratic?}$$

$$(1)(-1) - (1)(1) \neq 0 \Rightarrow r \neq 0 \quad \text{not true}$$

$$\begin{cases} a+j-r=0 \\ a-j+r=0 \end{cases}$$

$$\begin{array}{l} \frac{r(a+j-r)}{r(a-j+r)} = \frac{a}{a} \\ \left| \begin{array}{l} a=-1 \\ j=r \end{array} \right| \Rightarrow A \Big|_{j=r}^{-1} \Rightarrow \begin{cases} a=X-1 \\ j=Y+r \end{cases} \end{array}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{(X-1)+(Y+r)-r}{(X-1)-(Y+r)+r} = \frac{X-1+Y+r-r}{X-1-Y-r+r} = \frac{X+Y}{X-Y}$$

$$\begin{cases} Y=XV \\ \frac{dy}{dx} = V + X \frac{dv}{dx} \end{cases}$$

$$V + X \frac{dv}{dx} = \frac{X+XV}{X-XV} = \frac{1+V^2}{1-V} \quad V + X \frac{dv}{dx} = \frac{1+V^2}{1-V}$$

$$X \frac{dv}{dx} = \frac{1+V^2}{1-V} - V \quad X \frac{dv}{dx} = \frac{1+V^2-V^2+V^4}{1-V}$$

$$X \frac{dv}{dx} = \frac{1+V^4}{1-V} \quad \frac{dx}{X} = \frac{(1-V)}{1+V^4} dv$$

$$\int \frac{1}{1+V^4} dv - \int \frac{V}{1+V^4} dv = \int \frac{dx}{X}$$

$$\arctg V - \frac{1}{4} \ln(1+V^4) = \ln c x$$

$$\arctg \frac{Y}{X} - \frac{1}{4} \ln \left(1 + \frac{Y^4}{X^4} \right) = \ln c x$$

Subject:

Year. 200 Month. Day.

$$\operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{z^r}{x+1} - \frac{1}{r} \ln \left(1 + \left(\frac{z^r}{x+1} \right)^r \right) = \ln C(x+1)$$

$$z = z^\alpha$$

- نظریه: بعض از معادلات با تغییر متغیر

برای α مناسب تابع $f(z)$ برای هر مقدار z میباشد

درین گونه معادلات چنانچه α صورت پذیریدن α بر عایت سرط هدن مطابق

حل کنیم.
مثال:

$$(x^r z^r - 1) dz + r x z^r dx = 0$$

$$z = z^\alpha \rightarrow dz = \alpha z^{\alpha-1} dz$$

$$(x^r z^{r\alpha} - 1) \alpha z^{\alpha-1} dz + r x z^{r\alpha} dx = 0$$

$$\cancel{x^r z^r} \alpha (x^r z^{r\alpha-1} - z^{\alpha-1}) dz + r x z^{r\alpha} dx = 0$$

$$x + r \alpha x = \alpha x \quad -r \alpha = 1 \quad \underline{\alpha = -1}$$

$$(-1(x^r z^{-r} - z^{-r}) dz + r x z^{-r} dx = 0) \times x z^r$$

$$(x^r - z^r) dz - r x z^r dx = 0 \quad \begin{cases} z = u v \\ dz = \alpha d u + v d u \end{cases}$$

$$(u^r - (u v)^r) \alpha d u + v d u - r x (u v) d u = 0$$

$$(u^r - u^r v^r) u d u + v d u - r u^r v d u = 0$$

$$(u^r - u^r v^r)(\alpha d u + v d u) - r u^r v d u = 0$$

Subject:

Year. 200 Month. Day.

$$(1-v^r)(\alpha dv + v du) - rv du = 0$$

$$\int \frac{(1-v^r)}{v+v^r} dv = \ln \alpha$$

$$\int \frac{1-v^r}{v(1+v^r)} dv = \ln \alpha$$

$$\int \frac{\alpha dv}{v} + \int \frac{Bv+c}{1+v^r} dv = \ln \alpha$$

$$EX: (\alpha + rj + r) dx - (rx - j + r) dj = 0$$

$$(\alpha + rj + r) dx = (rx - j + r) dj$$

$$(\alpha + rj + r) = (rx - j + r) \frac{dj}{dx}$$

$$\frac{dj}{dx} = \frac{\alpha + rj + r}{rx - j + r} \quad ab' - ba' \neq 0 \quad (1)(-1) - r(r) = -2 \neq 0$$

single line

$$r \begin{cases} \alpha + rj + r = 0 \\ rx - j + r = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \alpha + rj + r = 0 \\ rx - rj + r = 0 \end{cases}$$

$$\overline{\alpha x + r} = 0 \quad \alpha x = -r \quad x = \frac{-r}{\alpha}$$

Subject:

Year. 200 Month. Day.

معادلات تطبیقی: معادله کامل نامیم در صورتی که

$$\frac{\partial u}{\partial y} = Q(x, y) \quad \text{با عنوان: } u(x, y) = C \text{ یا مقدار ثابت است}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = P(x, y)$$

حصیر معادله کامل است اگر و فقط اگر $P(x, y)dx + Q(x, y)dy = 0$

$$\text{EX: } \frac{(x^r + r y)dx + (y^r + rx)dy}{\partial P} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad \text{کامل است.}$$

روش حل معادلات نامیل: اگر معادله کامل باشد باید بآنچه زیر می‌نویسیم:

تحیین معادلات کامل، با عنوان: $u(x, y) = C$ یا مقدار ثابت است

$$\frac{\partial u}{\partial x} = P(x, y) \quad \frac{\partial u}{\partial y} = Q(x, y)$$

$$\int \frac{\partial u}{\partial x} dx = \int P(x, y) dx + g(y)$$

$$u(x, y) = \int P(x, y) dx + g'(y)$$

$$Q(x, y) - \frac{\partial}{\partial y} \int P(x, y) dx = g'(y)$$

$$g'(y) = \int (Q(x, y) - \frac{\partial}{\partial y} \int P(x, y) dx) dy$$

Subject:

Year: 200 Month: Day:

$$\text{Ex: } (\alpha^r + rj)dx + (J^r + rm)dy = 0$$

$$\text{جواب: } \left\{ \frac{\partial P}{\partial y} = r - \frac{\partial Q}{\partial x} \right. \quad \Rightarrow \text{جواب}$$

$$u(u, J) = \int (\alpha^r + rj) dx + g(J)$$

$$u(u, J) = \frac{1}{r} \alpha^r + rmJ + g(J)$$

$$\frac{du}{dy} = r \alpha + g'(J) \quad \Rightarrow \quad J^r + \frac{du}{dy} = r \alpha + g'(J)$$

$$g'(J) = J^r \quad \int g'(J) = \int J^r \quad \Rightarrow \quad g(J) = \frac{1}{r} J^r$$

$$u(u, J) = \frac{1}{r} \alpha^r + rmJ + \frac{1}{r} J^r \quad \text{جواب}$$

$$\text{Ex: } (\alpha^r + \alpha J^r)dx + (\alpha J + J^r)dy = 0$$

$$\text{جواب: } \Rightarrow \frac{\partial P}{\partial y} = \alpha J \quad = \quad \frac{\partial Q}{\partial x} = \alpha J \quad \Rightarrow \text{جواب}$$

$$u(u, J) = \int (\alpha^r J + J^r) dy + g(u) = \frac{1}{r} \alpha^r J^r + \frac{1}{r} J^r + g(u)$$

$$\frac{du}{dx} = \frac{1}{r} \alpha J^r + g'(u) = \alpha J^r + g'(u)$$

$$\alpha^r + \alpha J^r = \alpha J^r + g'(u) \quad \Rightarrow \quad g'(u) = \alpha^r \quad \Rightarrow \quad \int g'(u) = \int \alpha^r dx$$

$$g(u) = \frac{1}{r} \alpha^r + C$$

$$\Rightarrow u(u, J) = \frac{1}{r} \alpha^r J^r + \frac{1}{r} J^r + \frac{1}{r} \alpha^r + C$$

Subject:

Year. 200 Month. Day.

$$\text{Ex: } (\underbrace{\sin \alpha j + n j \cos \alpha j}_{\frac{\partial u}{\partial x}}) dx + (\underbrace{n^r \cos \alpha j}_{\frac{\partial u}{\partial y}}) dy = 0$$

$$\frac{\partial P}{\partial y} = n \cos \alpha j + n \cos \alpha j + (-n) \sin \alpha j \cdot (n j) \\ = n \cos \alpha j + n \cos \alpha j - n^r j \sin \alpha j = n^r \cos \alpha j - n^r j \sin \alpha j$$

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = n \alpha \cdot \cos \alpha j + (-j) \sin \alpha j \cdot (n^r) = n^r \cos \alpha j - n^r j \sin \alpha j$$

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = \frac{\partial P}{\partial y} \quad \text{جواب ایسا}$$

$$u(m, j) = \int (n^r \cos \alpha j) dj + g(m) = n^r x \frac{1}{\alpha} \sin \alpha j + g(m) = n \sin \alpha j + g(m)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \sin \alpha j + j \cos \alpha j \cdot (\alpha) + g'(m) = \sin \alpha j + n j \cos \alpha j + g'(m)$$

$$\sin \alpha j + n j \cos \alpha j = \sin \alpha j + n j \cos \alpha j + g'(m) \quad g'(m) = 0$$

$$g(m) = C \quad \Rightarrow \quad u(m, j) = n \sin \alpha j + C$$

$$\text{Ex: } \left(\frac{x}{\sqrt{1+x^r}} + r \alpha j - \frac{j}{x} \right) dx + \left(\sqrt{1+x^r} + n^r - L n m \right) dy = 0$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial P}{\partial y} &= \frac{x}{\sqrt{1+x^r}} + r \alpha - \frac{1}{x} \\ \frac{\partial Q}{\partial x} &= \frac{x \alpha}{x \sqrt{1+x^r}} + r \alpha - \frac{1}{x} \end{aligned} \right\} \quad \text{جواب ایسا ملک$$

Subject:

Year. 200 Month. Day.

$$u = \int (\sqrt{1+x^r} + x^r + \ln x) dx + g(x)$$

$$u = \sqrt{1+x^r} + x^r - \ln x + g(x)$$

$$\frac{du}{dx} = \frac{\frac{\partial}{\partial x}(\sqrt{1+x^r} + x^r - \ln x + g(x))}{\sqrt{1+x^r}} = \frac{\frac{1}{2}\sqrt{1+x^r} + r x^{r-1} - \frac{1}{x} + g'(x)}{\sqrt{1+x^r}} = \frac{1}{2}\sqrt{1+x^r} + r x^{r-1} - \frac{1}{x} + g'(x)$$

$$\frac{\frac{\partial}{\partial x}(\sqrt{1+x^r} + x^r - \ln x + g(x))}{\sqrt{1+x^r}} = \frac{x^r}{\sqrt{1+x^r}} + r x^{r-1} - \frac{1}{x} + g'(x) \quad g'(x) = 0 \quad g(x) = C$$

$$u = \sqrt{1+x^r} + x^r - \ln x + C$$

$$EX: \left(r x^r t g j - \frac{r j^r}{x^r} \right) dx + \left(x^r \sec^r j + \epsilon_j^r + \frac{r j^r}{x^r} \right) dj = 0$$

$$\frac{dP}{dj} = r x^r (1 + t g^r j) - \frac{r}{x^r} \cdot r j^r = r x^r (1 + t g^r j) - \frac{r}{x^r} j^r \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{معادل جزءی} \\ \text{معادل جزءی} \end{array} \right.$$

$$\frac{dQ}{dx} = r x^r \sec^r j - \frac{r j^r \cdot x}{x^r} = r x^r (1 + t g^r j) - \frac{r j^r}{x^r}$$

$$u = \int \left(r x^r t g j - \frac{r j^r}{x^r} \right) dx + g(j) = t g j - \frac{r}{r} x^r - \int r j^r \cdot x^{-r} + g(j)$$

$$x^r t g j - \frac{r j^r}{-r} x^{-r} = x^r t g j + \frac{j^r}{x^{r-1}} + g(j)$$

$$u = x^r t g j + \frac{j^r}{x^r} + g(j)$$

$$\frac{du}{dj} = x^r (1 + t g^r j) + \frac{1}{x^r} x^r j^r + g'(j) = x^r (1 + t g^r j) + \frac{r j^r}{x^r} + g'(j)$$

$$x^r \sec^r j + \epsilon_j^r + \frac{r j^r}{x^r} = x^r (1 + t g^r j) + \frac{r j^r}{x^r} + g'(j)$$

$$g'(j) = r j^r \Rightarrow \int g'(j) = \int r j^r \quad g(j) = \frac{r}{r+1} j^{r+1} = j^{r+1}$$

Subject:

Year. 200 Month. Day.

$$u = x^r tg J + \frac{J}{x^r} + J^r + C$$

فایلریهای انتگرال:
اگر مداری $P(x, y) dx + Q(x, y) dy$ تابع کامل نباشد رفع (J)

یافتن سود طوری که صدای این تابع کامل مداری ضرب نایئم مداری بیک مداری کامل تبدیل شود

سود دین صفت (J) از این انتگرال باید عامل انتگرال ساز مینماییم

$$\text{مثال) این دعید تابع } P(x, y) = \frac{1}{x^r} \text{ بیک انتگرال مداری}$$

$$\frac{\partial P}{\partial y} = rJ \quad \text{یعنی} \quad (\alpha + J') dx - r\alpha J dy = 0$$

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = -rJ \quad \frac{1}{x^r} \times [(\alpha + J') dx - r\alpha J dy] = 0$$

$$\left(\frac{x}{x^r} + \frac{J'}{x^r} \right) dx - \frac{r\alpha J}{x^r} dy = 0 \Rightarrow \left(\frac{1}{x} + \frac{J'}{x^r} \right) dx - \frac{rJ}{x} dy = 0$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial P}{\partial y} = \frac{1}{x^r} \times rJ = \frac{rJ}{x^r} \\ \frac{\partial Q}{\partial x} = \frac{rJ}{x^r} \end{array} \right\} = \text{مداری کامل تبدیل شد}$$

رسانی پیدا کردن فایلریهای انتگرال:

اگر مداری $P(x, y) + Q(x, y) = 0$ مداری کامل نباشد ربط است زیر میگذرد انتگرال

$$\frac{\partial P}{\partial y} - \frac{\partial Q}{\partial x} \neq 0 \Rightarrow \text{کامل نباشد} \Rightarrow P(x, y) + Q(x, y) = 0$$

Subject:

Year. 200 Month. Day.

$$\text{不完備} \Rightarrow \frac{1}{Q} \left(\frac{\partial P}{\partial J} - \frac{\partial Q}{\partial u} \right) = f(u) \quad \text{不完備:}$$

$$\text{不完備} \quad f(u, J) = e^{\int P(u) du}$$

$$\text{EX: } (\overbrace{u + J^r}^P du - \overbrace{r u J^r dy}^Q) =$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial P}{\partial J} = rJ \\ \frac{\partial Q}{\partial u} = -rJ \end{array} \right. \Rightarrow \text{不完備}$$

$$\frac{1}{Q} \left(\frac{\partial P}{\partial J} - \frac{\partial Q}{\partial u} \right) = f(u) \Rightarrow \frac{1}{-r u J} (rJ + rJ) = \frac{rJ}{-r u J} = \frac{-r}{u}$$

$$\text{不完備} \quad f(u, J) = e^{\int P(u) du} = e^{\int -\frac{r}{u} du} = e^{-r \int \frac{1}{u} du} = e^{-r \ln u} = e^{-r}$$

$$x^{-r} = \frac{1}{u^r}$$

$$\text{EX: } (\overbrace{x^r \ln u - r u J^r}^P du + \overbrace{r x^r J^r dy}^Q) =$$

$$\frac{\partial P}{\partial J} = -r u J^r \quad \frac{\partial Q}{\partial u} = r u J^r \quad \text{不完備}$$

$$\frac{1}{Q} \left(\frac{\partial P}{\partial J} - \frac{\partial Q}{\partial u} \right) = \frac{1}{r u^r J^r} (-r u J^r - r u J^r) = \frac{1}{r u^r J^r} (-2r u J^r) =$$

$$\frac{-2r u J^r}{r u^r J^r} = \frac{-r}{u}$$

$$\text{f}(u, J) = e^{\int P(u) du} = e^{\int -\frac{r}{u} du} = e^{-r \int \frac{1}{u} du} = e^{-r \ln u}$$

$$e^{-r \ln u} = e^{-\log_e \frac{u}{e^{-r}}} = x^{-r} = \frac{1}{u^r}$$

Subject:

Year. 200 Month. Day.

$$\text{حل مسأله انتقال برای معادله دیفرانسیل } \frac{1}{x^r} \ln x = \frac{1}{x^r} \text{ مطابق با شرط } \frac{1}{x^r} \text{ مطابق با شرط } \frac{1}{x^r}$$

$$\frac{1}{x^r} \left[(\alpha^r \ln x - r \alpha x^{r-1}) dx + (r x^{r-1} dy) \right] = 0$$

$$\left(\frac{\alpha^r \ln x}{x^r} - \frac{r \alpha x^{r-1}}{x^r} \right) dx + \left(\frac{r x^{r-1} dy}{x^r} \right) dy = 0$$

$$\left(\ln x - \frac{r \alpha}{x^r} \right) dx + \left(\frac{r \alpha}{x^r} \right) dy = 0$$

$$u = \int \frac{r \alpha}{x^r} dy + g(x) = \frac{r}{\alpha r} \times \frac{1}{r} \cdot J^r + g(x) = \frac{J^r}{\alpha r} + g(x)$$

$$\frac{du}{dx} = \frac{r \alpha \cdot J^r}{x^r} + g'(x) = \frac{r J^r}{x^r} + g'(x)$$

~~$$\ln x - \frac{r J^r}{x^r} = - \frac{r J^r}{x^r} + g'(x) \quad g'(x) = \ln x$$~~

$$g(x) = \int \ln x = x \ln x - x + C$$

$$u = \frac{J^r}{\alpha r} + x \ln x - x + C : \text{جواب معتبر}$$

EX: مسأله انتقال برای معادله دیفرانسیل زیرین است.

$$(r x^r j + r j + \alpha) dx + (r x^r + r \alpha) dy = 0$$

$$\frac{\partial P}{\partial y} = r \alpha + r \quad \frac{\partial Q}{\partial x} = r x^r + r \rightarrow \text{جهل مستقر}$$

$$\frac{\partial P}{\partial y} - \frac{\partial Q}{\partial x} = (r x^r + r) - (r \alpha + r) = -r \alpha r$$

$$\frac{1}{Q} \left(\frac{\partial P}{\partial y} - \frac{\partial Q}{\partial x} \right) = \frac{1}{r x^r + r \alpha} (-r \alpha r) = \frac{-r \alpha r}{r \alpha (x^r + 1)} = \frac{-r \alpha}{1 + x^r}$$

$$\text{مسأله انتقال: } f(x, y) = e^{\int \frac{r \alpha}{1+x^r} dx} = e^{\int \frac{r \alpha}{1+x^r} dx} = e^{-\int \frac{r \alpha}{1+x^r} dx} = e^{-\ln(1+x^r)} = \frac{1}{1+x^r}$$

Subject:

Year. 200 Month. Day.

حالت رسم: اگر معادله $P(x, y)dx + Q(x, y)dy = 0$ طبق نسبت دارای میانگین می باشد و باشد

$$\frac{1}{P} \left(\frac{\partial P}{\partial y} - \frac{\partial Q}{\partial x} \right) = f(x) \quad \text{باشیم}$$

$$f(x, y) = e^{- \int f(x) dx}$$

EX: با پیدا کردن میانگین می در نظر می باشد

$$(xaj^r - rj^r)dx + (v - rxj^r)dy = 0$$

$$\frac{\partial P}{\partial y} = raxj - qj^r \quad \frac{\partial Q}{\partial x} = -rj^r$$

$$\left(\frac{\partial P}{\partial y} - \frac{\partial Q}{\partial x} \right) = (raxy - qj^r) - (-rj^r) = raxy - qj^r + rj^r = raxy - rj^r$$

$$\frac{1}{P} \left(\frac{\partial P}{\partial y} - \frac{\partial Q}{\partial x} \right) = \frac{1}{rxy - rj^r} (raxy - rj^r) = \frac{rj(rax - rj)}{j^r(rax - rj)} = \frac{rj}{j^r} = \frac{r}{j}$$

$$f(x, y) = e^{- \int r/x dy} = e^{- \int \frac{r}{j} dy} = e^{-r \ln y} = e^{r \ln j} = \frac{e^r}{j} = \frac{1}{j^r}$$

حل میانگین می در معادله ضرب جنی کنیم.

$$\frac{1}{j^r} [(raxy - rj^r)dx + (v - rxj^r)dy] = 0$$

$$(raxy - rj^r)dx + \left(\frac{v}{j^r} - rxj^r \right) dy = 0$$

$$\frac{\partial P}{\partial y} = -r \quad \frac{\partial Q}{\partial x} = -r \quad \rightarrow \text{طبل می باشد}$$

$$u(x, y) = \int (raxy - rj^r)dx + g(y) = \frac{r}{r} x^r - rxy + g(y)$$

Subject:

Year. 200 Month. Day.

$$\frac{du}{dy} = -ra + g'(y) \quad \frac{v}{y^r} - ra = -ra + g'(y)$$

$$g'(y) = \frac{v}{y^r} \Rightarrow \int g'(y) dy = \int \frac{v}{y^r} dy \quad g(y) = -\frac{v}{y} + c$$

$$u(x, y) = x^r - ra y - \frac{v}{y} + c$$

بايد برون فالتو استراي معادله غير ملاص عادي

$$(ra y \ln y) dx + (x^r + y^r \sqrt{y^r + 1}) dy = 0$$

$$\frac{\partial P}{\partial y} = (ra \cdot \ln y) + (\frac{1}{y} \cdot ra y) = ra \ln y + ra$$

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = ra \quad \frac{\partial P}{\partial y} - \frac{\partial Q}{\partial x} = (ra \ln y + ra) - (ra) = ra \ln y$$

$$\frac{1}{P} \left(\frac{\partial P}{\partial y} - \frac{\partial Q}{\partial x} \right) = \frac{1}{ra y \ln y} \cdot ra \ln y = \frac{1}{y}$$

$$P^{-1} = e^{-\int \frac{1}{y} dy} = e^{-\ln y} = \frac{1}{y} = \frac{1}{y}$$

$$\frac{1}{y} \left[(ra y \ln y) dx + (x^r + y^r \sqrt{y^r + 1}) dy \right] = 0$$

$$(ra y \ln y) dx + (\frac{x^r}{y} + y^r \sqrt{y^r + 1}) dy = 0$$

$$\frac{\partial P}{\partial y} = \frac{ra}{y} \quad \frac{\partial Q}{\partial x} = \frac{ra}{y} \Rightarrow \text{طبع است}$$

$$u(x, y) = \int ra y \ln y + g(y) = x^r \ln y + g(y)$$

$$\frac{du}{dy} = \frac{x^r}{y} + g'(y) \Rightarrow \frac{x^r}{y} + y^r \sqrt{y^r + 1} = \frac{x^r}{y} + g'(y)$$

$$g'(y) = y^r \sqrt{y^r + 1}$$

Subject:

Year. 200 Month. Day.

$$g'(j) = \frac{1}{r} \times r j \sqrt{j^r + 1} \quad g(j) = \frac{1}{r} \cdot \frac{r}{r} (j^r + 1)$$

$$\Rightarrow u(x, j) = \alpha^r L_n j + \frac{1}{r} (j^r + 1)$$

حالات ستم: مطالعه نسبتی $P(x, j)dx + Q(x, j)dy = 0$ می تواند می خواهد صفر باشد

این مطالعه نسبتی $P(x, j) = x^\alpha j^\beta$ مطالعه نسبتی ریس می خواهد

بردن این ریس می نشیم اگر برای α, β جواب حقیقی بدست آید در این صورت مطالعه

این ریس مطالعه می بینیم

$$Ex: j(r - \alpha x j) dx - x dy = 0$$

$$\frac{\partial P}{\partial j} = r - \alpha x j \quad \frac{\partial Q}{\partial x} = -1$$

$$\frac{\partial P}{\partial j} - \frac{\partial Q}{\partial x} = r - \alpha x j$$

$$\xrightarrow{x^\alpha j^\beta} j(r - \alpha x j) dx - x dy = 0 \Rightarrow (r j - \alpha x j^r) dx - x j dy = 0$$

$$\Rightarrow (r x^\alpha j^{\beta+1} - r x^{\alpha+1} j^{\beta+1}) dx - (x^{\alpha+1} j^\beta) dy = 0$$

$$\frac{\partial P}{\partial j} - \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad \text{بردن} \xrightarrow{x^\alpha j^\beta} \Rightarrow \frac{\partial P}{\partial j} = \frac{\partial Q}{\partial x}$$

$$r x^\alpha (\beta+1) j^\beta - r x^{\alpha+1} (\beta+1) j^{\beta+1} = (\alpha+1) x^\alpha j^\beta$$

$$r (\beta+1) x^\alpha j^\beta - r (\alpha+\beta+1) x^{\alpha+1} j^{\beta+1} = (\alpha+1) x^\alpha j^\beta$$

Subject:

Year. 200 Month. Day.

$$\begin{cases} \gamma\beta + \gamma = -(\alpha+1) \\ \gamma + \beta = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} -\gamma = -\alpha-1 \\ \beta = -\gamma \end{cases} \quad \begin{cases} \alpha = 1 \\ \beta = -\gamma \end{cases} \quad f(x, y) = xy^{-\gamma}$$

با استفاده از فرمول مطابق دیفرانسیل زیر مطلع نماید.

$$J(J^r - \gamma x^r)dx + x(\gamma J^r - x^r)dy = 0$$

$$\frac{\partial P}{\partial y} = \gamma J^r - \gamma x^r \quad \frac{\partial Q}{\partial x} = \gamma J^r - \gamma x^r$$

$$x^{\alpha} y^{\beta} \rightarrow x \left[(J^r - \gamma x^r)dx + (\gamma x J^r - x^r)dy = 0 \right]$$

$$(\alpha J^{\alpha+r} - \gamma \alpha J^{\alpha+r})dx + (\gamma x J^{\alpha+r} - x^{\alpha+r})dy = 0$$

$$\frac{\partial P}{\partial y} = \frac{\partial Q}{\partial x} \Rightarrow$$

$$(\beta+r)x^{\alpha} J^{\beta+r} - r(\beta+1)x^{\alpha+r} J^{\beta} = r(1+\alpha)x^{\alpha} J^{\beta+r} - (\alpha+r)x^{\alpha+r} J^{\beta}$$

$$\begin{cases} \beta+r = r(1+\alpha) \\ (\alpha+r) = r(\beta+1) \end{cases} \quad \begin{cases} \beta+r = 1+r\alpha \\ \alpha+r = r\beta+r \end{cases} \quad \begin{cases} r\alpha - \beta = 1 \\ (-\alpha + r\beta = 1) \times r \end{cases} \quad \begin{cases} r\alpha - \beta = 1 \\ -r\alpha + r\beta = r \\ +r\beta = r \end{cases} \quad \underline{\underline{\alpha = 1}}$$

$$f(x, y) = xy$$

Subject:

Year. 200 Month. Day.

معادلات خطيه مرتبه دیت: هر معادله که به شرم

معادله خطيه مرتبه ۱ است را براي حل آن ابتدا آن به شرم استاندار در مس کاریم و سپس

درباریش معادلات اطاع فرسته اندال براي آن پیدا می نمیں رفع عول خوش حل آن براي می نمی نمی

$$\frac{1}{A(x)} \left[A(x) \frac{dy}{dx} + B(x) y + C(x) \right] = 0$$

$$\frac{dy}{dx} + \frac{B(x)}{A(x)} y = \frac{-C(x)}{A(x)} \rightarrow y' + P(x)y = q(x) \quad \text{شرم استاندار}$$

هنگ است را زیر داشت جمله پذیر
حل می شود.

حال اگر $q(x) \neq 0 \rightarrow$ روش مکل حل می شوند می نمی نمی

$$y' + P(x)y = q(x) \xrightarrow{\times dx} \left[\frac{dy}{dx} \times dx \right] + P(x).y \cdot dx = q(x) \cdot dx$$

$$P(x).y \cdot dx - q(x) \cdot dx + dy = 0 \rightarrow \underbrace{(P(x)y - q(x))}_{P} dx + \underbrace{dy}_{Q} = 0$$

$$\frac{\delta P}{\delta y} = P(x) \quad \frac{\delta Q}{\delta x} = 0$$

$$\frac{1}{Q} \left(\frac{\delta P}{\delta y} - \frac{\delta Q}{\delta x} \right) = P(x) \rightarrow \text{فاکتور اندال پذیر} \quad f(x, y) = e^{\int P(x) dx}$$

$$y' e^{\int P(x) dx} + P(x)y e^{\int P(x) dx} = q(x) e^{\int P(x) dx}$$

$$\rightarrow \int \frac{d}{dx} (y e^{\int P(x) dx}) = \int q(x) e^{\int P(x) dx}$$

Subject:

Year. Month. Day.

$$\rightarrow J e^{\int p(x) dx} = \int q(x) e^{\int p(x) dx} dx$$

$$J = e^{-\int p(x) dx} \int e^{\int p(x) dx} q(x) dx$$

معلماتیں ریکارڈ کریں

$$J' + J = e^x \text{ میں اس کا}$$

$$J = e^{-\int p(x) dx} \int e^{\int p(x) dx} e^x dx = e^{-\int p(x) dx} \int e^{\int p(x) dx} e^x dx = e^{-\int p(x) dx} \int e^{\int p(x) dx} dx$$

$$-e^{-\int p(x) dx} \left(\frac{1}{p} e^{\int p(x) dx} + c \right) = \frac{1}{p} e^{\int p(x) dx} + c e^{-\int p(x) dx}$$

$$tg x J' + J = \int p(x) \sec x$$

: جل

$$\frac{1}{tg x} [tg x J' + J = \int p(x) \sec x]$$

$$J' + \frac{J}{tg x} = \frac{\int p(x) \sec x}{tg x}$$

$$J' + J \cot x = \int p(x) \csc x$$

$$J = e^{-\int \cot x dx} \int e^{\int \cot x dx} \cdot \int p(x) \csc x dx =$$

$$J = e^{-\ln |\sin x|} \int e^{\ln |\sin x|} \int p(x) \csc x dx =$$

$$\frac{1}{\sin x} \int \sin x \cdot \left(\int p(x) dx \right) dx = \frac{1}{\sin x} \left(\frac{1}{p} x + c \right)$$

Subject:

Year. 200 Month. Day.

- نظریه اگر دو معادله ای داشج از ل ج مقدار نقص دارند عومن می شود درین گونه معادلات
معادلات دارای صلب α مرتب بی داشت از روشن حل معادلات خطر مرتب ت استفاده

$$x' + p(j)x = q(j)$$

چنین

$$\frac{dj}{dx} = \frac{1}{\frac{dx}{dj}} \rightarrow x = e^{-\int p(j) dj} \int e^{\int p(j) dj} q(j) dj$$

$$\text{Ex: } j' = \frac{j}{x+j^r} \xrightarrow{\text{میراند}} x' = \frac{x+j^r}{j}$$

$$x' = \frac{x}{j} + \frac{j^r}{j} \quad x' - \frac{x}{j} = j^r$$

$$\rightarrow x = e^{\int \frac{1}{j} \cdot dj} \int e^{\int \frac{1}{j} \cdot dj} \cdot j^r \cdot dj =$$

$$x = e^{ln j} \int e^{-ln j} \cdot j^r dx = j \left(\frac{j^r}{r} + C \right)$$

حدب بینه ای را باطل خواهد

$$(1+j^r) dx - (\sqrt{1+j^r} \cos j - xj) dj = 0$$

$$(1+j^r) dx = (xj - \sqrt{1+j^r} \cos j) dj$$

$$1+j^r = j'(xj - \sqrt{1+j^r} \cos j) \Rightarrow j' = \frac{1}{x}$$

$$x'(1+j^r) = xj - \sqrt{1+j^r} \cos j$$

Subject:

Year. 200 Month. Day.

$$x' = \frac{xj}{1+j^r} - \frac{\sqrt{1+j^r}}{1+j^r} \cos j$$

$$x' = \frac{j}{1+j^r} x = \frac{-\cos j}{\sqrt{1+j^r}}$$

$$x = e^{-\int p(j) dj} \int e^{\int p(j) dj} q(j) \cdot dj \rightarrow$$

$$x = -e^{-\int \frac{p(j)}{1+j^r} dj} \int e^{-\int \frac{p(j)}{1+j^r} dj} \frac{\cos j}{\sqrt{1+j^r}} = -e^{-\int \frac{\ln(1+j^r)}{1+j^r} dj} \int \cos j \cdot dj$$

$$x = -(1+j^r)(\sin j + C)$$

معارلایس تبدیل معادله خطي مرتبه کم می باشد:

۱- معادله بزرگ: هر معادله ای بر منجم

معادله بزرگ ناسیده می شود برای حل آن بالنتاب تغیر نسبتی کن آن را بک

معارلای خطي تبدیل کرد و پس حل خواهد

$$\frac{d}{dx} J^n \Rightarrow \frac{J'}{J^n} + \frac{P(x) J}{J^n} = \frac{q(x) J^n}{J^n}$$

$$\Rightarrow J' J^{n-1} + P(x) J^{n-1} = q(x) \quad (I)$$

$$J = u \Rightarrow u' = (1-n) J' J^{n-1} \quad (II)$$

$$(I) (II) \Rightarrow \frac{u'}{1-n} + P(u) u = q(x) \quad u' + (1-n) P(x) u = (1-n) q(x)$$

$$u \text{ خط مرتبه ای رض } u' + P(x) u = Q(x)$$

Subject:

Year. 200 Month. Day.

$$J' - J = \alpha J^r \quad (\text{مثال})$$

$$\frac{J'}{J} \rightarrow \frac{J'}{J^r} - \frac{J}{J^r} = \frac{\alpha J^r}{J^r} \rightarrow J' J^{-r} - J^{-r} = \alpha$$

$$J' J^{-r} - J^{-r} = \alpha \quad (I) \quad \begin{cases} J^{-r} = u \\ u' = -J' J^{-r} \end{cases} \quad (II)$$

$$(I, II) \rightarrow u' - u = \alpha \Rightarrow u' + u = \alpha \quad \text{لـ جـ مـ}$$

$$\Rightarrow u = e^{-\int dx} \int e^{\int dx} (-\alpha) dx = e^{-x} \int e^x (-\alpha) dx = ? \quad \text{مـ جـ مـ}$$

$$\alpha J' - J = \frac{x^r}{J^r} \quad (\text{مثال})$$

$$\frac{J'}{x^r} \rightarrow \frac{\alpha J' - J}{x^r} = \frac{x^r}{x^r J^r} \rightarrow J' - \frac{J}{x^r} = \frac{x^r}{x^r J^r}$$

$$x^r \rightarrow J' J^{-r} - \frac{J}{x^r} = \frac{x^r}{r} \quad (I)$$

$$\begin{cases} J^{-r} = u \rightarrow J^{-r} J' = u' \quad (II) \\ \frac{u'}{r} = J' \end{cases}$$

$$(I, II) \rightarrow \frac{u'}{r} - \frac{1}{r x} u = \frac{1}{r} x^r \xrightarrow{x^r} \frac{u'}{x} - \frac{1}{x} u = x^r \quad (\text{جـ مـ})$$

$$\Rightarrow u = e^{\int \frac{1}{x} dx} \int e^{-\int \frac{1}{x} dx} (x^r) dx =$$

$$= e^{\ln x} \int e^{-\ln x} (x^r) dx = x^r \int \frac{1}{x^r} x^r dx = x^r \int dx =$$

$$= x^r (x + C) \quad \underline{J^r = x^r + C x^r}$$

Subject:

Year. 200 Month. Day.

ذكر الاعداد المركبة ممثل على خط ابتداً طرفين بـ x^r مقسمين الى قسمين x^r و x^i

$$j' = \frac{rx^r}{x^r + j + 1} \quad \frac{1}{x'} = \frac{rx^r}{x^r + j + 1} \implies rx^r x' = x^r + j + 1$$

$$rx^r x' - x^r = j + 1 \quad u' - u = (j + 1) \quad \begin{cases} x^r = u \\ rx^r x' = u' \end{cases}$$

$$\implies u = e^{\int_0^j dx} \left(\int e^{-\int_0^j dx} (j+1) dx \right) \Rightarrow$$

$$x^r = e^j \left(\int e^{-j} (j+1) dx \right) = e^j \int (je^{-j} + e^{-j}) dx =$$

$$\underline{x^r = e^j (je^{-j} + e^{-j} + C)} \quad \text{حيث}$$

$$j' = \frac{rxj}{x^r - j^r - r} \quad \frac{1}{x'} = \frac{rxj}{x^r - j^r - r} \quad rx x' j = x^r - j^r - r$$

$$\div j \rightarrow rx x' = \frac{x^r}{j} - j - \frac{r}{j} \Leftarrow rx x' = \frac{x^r}{j} - \frac{(j^r + r)}{j}$$

$$\begin{cases} x^r = u \\ rx x' = u' \end{cases} \rightarrow u' - \frac{1}{j} u = \frac{j^r + r}{j}$$

$$u = e^{\int_0^j dx} \left(- \int e^{-\int_0^j dx} \left(\frac{j^r + r}{j} \right) dx \right) \rightarrow x^r = j \left(- \int \frac{j^r + r}{j} dx \right)$$

$$\underline{x^r = j \left(-j + \frac{r}{j} + C \right)}$$

Subject:

Year. Month. Day.

(۲) مطالعہ بیٹھنے: ہر عمارت کے خصم $J' + P_i(\alpha) J^r + P_r(\alpha) J + P_p(\alpha) = 0$

بائیں مطالعہ بیٹھنے نامنہ میں سوچو

درستہ جا بے خصم کرنے والے $J_1 = f_i(\alpha)$ دراستہ جا بے خصم کرنے والے

$J = J_1 + \frac{1}{Z}$ مطالعہ بیٹھنے پر خصم زیر Z کا اصل عمارت کے خصم میرج

یک نیویٹ پر کوئی خصم

$$J = J_1 + \frac{1}{Z} \rightarrow J' = J_1' + \frac{Z'}{Z^r}$$

$$J_1' - \frac{Z'}{Z^r} + P_i(\alpha) \left(J_1' + \frac{rJ_1}{Z} + \frac{1}{Z^r} \right) + P_r(\alpha) \left(J_1 + \frac{1}{Z} \right) + P_p(\alpha) = 0$$

~~$$(J_1' + P_i(\alpha) J_1^r + P_r(\alpha) J_1 + P_p(\alpha)) + \left(\frac{-Z'}{Z^r} + \frac{P_i(\alpha)(rJ_1)}{Z} + \frac{P_i(\alpha)}{Z^r} + \frac{P_r(\alpha)}{Z} \right) = 0$$~~

$$Z' - P_i(\alpha)(rJ_1) Z - P_i(\alpha) - Z P_r(\alpha) = 0$$

$$Z' - (rJ_1 P_i(\alpha) + P_r(\alpha)) Z = P_i(\alpha) \quad Z = ?$$

مسئلہ: عمارت دیگر سینے کو اس عالمی
 $J' = 1 + \frac{J}{\alpha} - \frac{J^r}{\alpha^r} \quad J_1(\alpha) = \alpha$

$$J = J_1 + \frac{1}{Z} \Rightarrow J = \alpha + \frac{1}{Z} \Rightarrow J' = 1 - \frac{Z'}{Z^r}$$

$$1 - \frac{Z'}{Z^r} = 1 + \frac{J}{\alpha} - \frac{J^r}{\alpha^r} \Rightarrow 1 - \frac{Z'}{Z^r} = 1 + (\alpha + \frac{1}{Z}) \frac{1}{\alpha} - (\alpha + \frac{1}{Z}) \frac{1}{\alpha^r}$$

$$1 - \frac{Z'}{Z^r} = 1 + \frac{1}{\alpha Z} - 1 - \frac{1}{\alpha Z} - \frac{1}{Z^r \alpha^r}$$

Subject:

Year. Month. Day.

$$z' - \frac{1}{\alpha} z + \frac{r}{\alpha} z = \frac{1}{\alpha r}$$

$$z' + \left(\frac{1}{\alpha}\right)z = \frac{1}{\alpha r} \quad \xrightarrow{\text{معزز}} \quad z = ?$$

EX2) $y' = r \tan x \sec x - y' \sin x \quad J_1(x) = \sec x$

$$y' + y' \sin x - r \tan x \sec x = \begin{cases} P_1(x) = \sin x \\ P_2(x) = 0 \\ P_3(x) = -r \tan x \sec x \end{cases}$$

$$z' - (r \sec x \times \sin x + 0)z = \sin x \quad \rightarrow \quad z' - r \tan x z = \sin x$$

$$\xrightarrow{\text{خط ریاضی}} \quad z = e^{\int r \tan x dx} \int e^{-\int r \tan x dx} \sin x dx$$

$$= e^{-r \ln \cos x} \int e^{r \ln \cos x} \sin x dx = \frac{1}{\cos^r x} \int \cos^r x \sin x dx$$

$$\left(\frac{-\cos^r x}{r} + C \right) \times \frac{1}{\cos^r x} = \frac{-1}{r} \cos x + \frac{C}{\cos^r x}$$

نحو: جزء اولیه بالانطباق متغیرها متساب قابل تبدیل به معادله خطی مرتبه ۱

$$\underbrace{y' \cos x}_{u'} + \underbrace{\sin y}_{u} = x + 1$$

: جمله اولیه

$$u' + u = x + 1 \quad \rightarrow \quad \sin y = e^{\int dx} \int e^{\int dx} (x + 1) dx =$$

$$-e^x \int e^x (x + 1) dx = -e^x (xe^x + C)$$

Subject:

Year. 200 Month. Day.

$$xJ' + rJ = \frac{\ln x}{x^r} \quad \text{or} \quad \left\{ \begin{array}{l} x=1 \\ J=r \end{array} \right.$$

$$\therefore x \rightarrow J' + \frac{r}{x} J = \frac{\ln x}{x^r}$$

$$J = e^{-\int \frac{r}{x} dx} \int e^{\int \frac{r}{x} dx} \left(\frac{\ln x}{x^r} \right) dx = e^{-r \ln x} \int e^{r \ln x} \left(\frac{\ln x}{x^r} \right) dx =$$

$$e^{\ln x - r} \int e^{\ln x} \left(\frac{\ln x}{x^r} \right) dx = \frac{1}{x^r} \int x^r \left(\frac{\ln x}{x^r} \right) dx = \frac{1}{x^r} \int \frac{\ln x}{x} dx =$$

$$J = \frac{1}{x^r} \left(\frac{1}{r} \ln^r(x) + C \right) \quad \text{or} \quad J =$$

$$\frac{x=1}{J=r} \rightarrow r = \frac{1}{1} (1 \cdot \ln^r(1) + C) \rightarrow C = r$$

$$\Rightarrow J = \frac{\ln x}{r x^r} + \frac{r}{x^r} \quad \text{or} \quad J =$$

$$J' + r x J = r x e^{-x^r} \int J$$

∴

Subject:

Year. 200 Month. Day.

سازمانی سنتی متنق حل نمود

۱- معادله ای رنوان J' را بحسب J, x مذکور اصلح کرده توانیم سند، متنق حل نمود

برای حل چنین معادلای دیفرانسیل از حل لغایت زیر روش می سینه جایی بخواهیم

حست اول) معادله J' را باشد: درین حالت با انتخاب $J' = P$ معادله ای رنوان

۱) $F(J') = 0$ خواهد بود \rightarrow بعضی تبدیل نموده صورت زیر حل می شود

$$J' = P \rightarrow \frac{dJ}{dx} = P \rightarrow dJ = P dx \rightarrow F(P) = 0$$

$$J' - rJ' + r = 0 \quad J' = P \quad P^r - rP + r = 0 \quad \begin{cases} P = r \\ P = 1 \end{cases} \rightarrow$$

$$P = \frac{dJ}{dx} \rightarrow \begin{cases} \frac{dJ}{dx} = r \\ \frac{dJ}{dx} = 1 \end{cases} \quad dJ = r dx \quad \boxed{J = rx + C_1} \quad dJ = dx \quad \boxed{J = x + C_2}$$

حست دوم) معادله x باشد:

$$F(J, J') = 0 \rightarrow J = F(J') \quad J' = P$$

$$\rightarrow \frac{dJ}{dx} = P \rightarrow dJ = P dx \quad J = F(P)$$

$$dJ = F'(P) dP \rightarrow P dx = F'(P) dP \quad dx = \frac{F'(P)}{P} dP$$

$$\rightarrow \begin{cases} x = \int \frac{F'(P)}{P} dP \\ J = F(P) \end{cases}$$

جواب یاری

Subject:

Year. 200 Month. Day.

Ex: $J = J' e^J \leftarrow \text{تساوي} J' \text{ و } e^J$

$$\begin{cases} J' = P \\ dJ = Pd\alpha \end{cases} \quad J = P e^P \rightarrow dJ = (Pe^P + e^P P) dP$$

$$dJ = (Pe^P + e^P P) dP \xrightarrow{\div P} d\alpha = (e^P + e^P P) dP$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha = \int (e^P + e^P P) dP \\ J = P e^P \end{cases} \quad \begin{cases} \alpha = e^P + P e^P - e^P = e^P + P e^P \\ J = P e^P \end{cases}$$

الخطوة الثالثة: جعل $J' = P$ و معاذ الله من رحمة ربنا: $J' = P$ حالات جذلية

$$f(\alpha, J') = 0 \quad \alpha = f(J') \quad J' = P \rightarrow \frac{dJ}{d\alpha} = P \rightarrow \frac{dJ}{P} = d\alpha$$

$$\alpha = f(P) \rightarrow d\alpha = f'(P) dP \rightarrow \frac{dJ}{P} = f'(P) dP$$

$$dJ = P f'(P) dP \rightarrow \begin{cases} J = \int P f'(P) dP \\ \alpha = f(P) \end{cases}$$

Ex: $\alpha = \ln J' + \sin J'$ $\leadsto J' = P \rightarrow d\alpha = \frac{dJ}{P}$

$$\alpha = \ln P + \sin P \xrightarrow{\text{تفصيل}} d\alpha = \frac{dP}{P} + \cos P \cdot dP$$

$$\frac{dJ}{P} = \frac{dP}{P} + \cos P \cdot dP \xrightarrow{\times P} dJ = dP + \cos P \cdot P \cdot dP$$

$$\Rightarrow \begin{cases} J = \int dP + \int P \cos P \cdot dP = P + \int P \cos P \cdot dP \\ \alpha = \ln P + \sin P \end{cases}$$

Subject:

Year. Month. Day.

$$EX_2) \quad x = j' + j^r \quad \text{نامناسب} \quad j' = p \rightarrow \frac{dj}{p} = dx$$

$$x = p^r + p^r \rightarrow dx = p dp + r p^r dp \rightarrow \frac{dj}{p} = (p + r p^r) dp$$

$$dj = (p + r p^r) dp \rightarrow \begin{cases} j = \int (p + r p^r) dp = \frac{1}{2} p^2 + \frac{r}{2} p^2 + C \\ x = p^r + p^r \end{cases}$$

(٢) معاوی کرو: هر معادله که $x = j' + f(j)$ داشته باشد

در این حالت آن با انتخاب $j' = p$ اکن اصلی نمایم.

$$\begin{cases} j = xj' + f(j') \\ j' = p \rightarrow dj = pdx \end{cases} \rightarrow j = px + f(p) \rightarrow dj = pdx + xdp + f'(p)dp$$

$$pdx = pdx + xdp + f'(p)dp \rightarrow (x + f'(p)) dp =$$

$$\begin{cases} dp = 0 \rightarrow \boxed{p = C} \\ x + f'(p) = 0 \quad x = -f'(p) \end{cases} \rightarrow j = Cx + f(C)$$

$$EX: \quad j = xj' + j^r \quad \text{معادله} \quad j' = p \quad \frac{dj}{p} = dx \quad dj = pdx$$

$$j = xp + p^r \rightarrow dj = pdx + xdp + rpdp$$

$$pdx = pdx + xdp + rpdp \rightarrow (x dp + rp dp) =$$

$$\rightarrow (x + rp) dp = \rightarrow \begin{cases} dp = 0 \rightarrow \boxed{p = C} \\ x + rp = 0 \quad x = -rp \end{cases} \rightarrow \text{معادله}$$

$$\rightarrow \boxed{j = Cx + C^r}$$

Subject:

Year. 200 Month. Day.

(ج) مدار لامپر: هر دوست بمنجم حصہ لامپر میں

دریاچہ اکن بالانتخاب ج' = P مطالعہ بحث پر جو نہیں

$$J = \alpha f(J') + g(J') \xrightarrow{J' = P} J = \alpha f(P) + g(P)$$

$$dJ = f(P) dx + \alpha f'(P) dp + g'(P) dp$$

$$pd\alpha = f(P) dx + \alpha f'(P) dp + g'(P) dp$$

$$pd\alpha - f(P) dx - \alpha f'(P) dp + g'(P) dp \rightarrow (P - f(P)) dx = (\alpha f'(P) + g'(P)) dp$$

$$\frac{dx}{dp} = \frac{\alpha f'(P)}{P - f(P)} = \frac{g'(P)}{P - f(P)}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x = e^{\int \frac{f'(P)}{P - f(P)} dp} \\ J = \alpha f(P) + g(P) \end{array} \right\} e^{\int \frac{f'(P)}{P - f(P)} dp} \left(\frac{g'(P)}{P - f(P)} \right) dp$$

$$J = \alpha x + g(x) \quad J' = P \quad \frac{dx}{dp} = P \quad dy = dx dp$$

$$J = \alpha x + p^r \rightarrow dy = r pd\alpha + r adp + rp dp$$

$$dx dp = xp dp + ap dp + pdp \rightarrow pd\alpha = r adp + rp dp$$

$$-pd\alpha = (ra + rp) dp \rightarrow \frac{dx}{dp} = \left(\frac{ra}{-p} - r \right) dp \rightarrow x' + \frac{ra}{p} = -r$$

$$x = e^{-\int \frac{r}{p} dp} \int e^{-\int \frac{r}{p} dp} (-r) dp = e^{-rp} \int e^{rp} (-r) dp$$

Subject:

Year. 200 Month. Day.

$$= \frac{1}{p^r} \int P^r(-t) \rightarrow \begin{cases} u = \frac{1}{p^r} (-\frac{2}{3} p^r + c) \\ J = 2np^r + p^r \end{cases}$$

معارله متوسطه را برابر با \bar{A} نموده:

$$f_1(u)J^{(1)} + f_2(u)J^{(2)} + \dots + f_n J = Q(u)$$

هر معادله ای خواهد بود.

مرتب یافته نایم که $J^{(n)} = Q(u)$. باشد معادله مرتبه n هنچن در صورتی که f_i های عدد دوستیت

باشد معادله مرتبه n هنچن با ضرب t^n می تایم.

$$P_i(u) \neq 0$$

ولی سل چنین معادلات ابتدا معادلات مرتبه n هنچن با ضرب t^n را حل می نیم به لحاظ آن

روش نئی ص معادلات مرتبه n هنچن با ضرب t^n می نیم.

روش حل معادلات مرتبه n هنچن با ضرب t^n می نیم:

$$a_1 J'' + a_2 J' + a_3 J = 0$$

$$\begin{cases} J = e^{rx} \\ J' = re^{rx} \\ J'' = r^2 e^{rx} \end{cases} \rightarrow a_1 r^2 e^{rx} + a_2 r e^{rx} + a_3 e^{rx} = 0$$

$$e^{rx}(a_1 r^2 + a_2 r + a_3) = 0 \rightarrow a_1 r^2 + a_2 r + a_3 = 0$$

پرازیل معادله متوسطه (عنصر) معادله ریفارنسیل بلکن از حالات زیرآفاق می اند در هر حالت حراب

معادله ریفارنسیل نام سهل ریزی سبب می کنند.

نقطت: نسبتاً اگر J_1, J_2, \dots, J_n جواب مسئله خصل لمعارله ریفارنسیل

Subject:

Year. 200 Month. Day.

پسندیده ای خوش بادی ترتیب خاطر همراه باش
تعریف استعمال خاطر: J_1, J_2, \dots, J_n استعمال خاطر یعنی

صیغه است دو مقدار آنها مابین بر حسب

$$a_1 J'' + a_2 J' + a_3 J = 0 \quad \text{نمایش}$$

$$a_1 k^2 + a_2 k + a_3 = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} 1) \Delta > 0 \rightarrow r_1 \neq r_2 \\ 2) \Delta = 0 \rightarrow r_1 = r_2 \\ 3) \Delta < 0 \rightarrow \begin{cases} r_1 = p + iq \\ r_2 = p - iq \end{cases} \end{array} \right.$$

1) $\Delta > 0$

$$r_1 \neq r_2 \rightarrow \begin{cases} J_1 = e^{r_1 x} \\ J_2 = e^{r_2 x} \end{cases} \rightarrow J = C_1 e^{r_1 x} + C_2 e^{r_2 x}$$

2) $\Delta = 0$

$$r_1 = r_2 \rightarrow \begin{cases} J_1 = e^{r_1 x} \\ J_2 = x e^{r_1 x} \end{cases} \rightarrow J = C_1 e^{r_1 x} + C_2 x e^{r_1 x}$$

3) $\Delta < 0$

$$\begin{cases} r_1 = p + iq \\ r_2 = p - iq \end{cases} \rightarrow \begin{cases} J_1 = e^{(p+iq)x} \\ J_2 = e^{(p-iq)x} \end{cases}$$

$$\rightarrow J = e^{px} (C_1 \cos qx + C_2 \sin qx)$$

Subject:

Year. 200 Month. Day.

10

$$1) J - \rho J' + \gamma J = 0 \quad r - \rho r + \gamma = 0 \quad (r - \rho)(r - \gamma) = 0 \quad \begin{cases} r_1 = \rho \\ r_2 = \gamma \end{cases}$$

$$J = C_1 e^{\rho x} + C_2 e^{\gamma x}$$

$$2) J'' - \rho J' + \gamma J = 0 \quad r^2 - \rho r + \gamma = 0 \quad (r - \rho)(r - \gamma) = 0 \quad \begin{cases} r_1 = \rho \\ r_2 = \gamma \end{cases}$$

$$J = C_1 e^{\rho x} + C_2 x e^{\gamma x}$$

$$3) J'' + \rho J' + \gamma J = 0 \quad r^2 + \rho r + \gamma = 0$$

$$\Delta = (r)^2 - \rho(1)(\gamma) = \rho - \gamma = -\lambda < 0$$

$$r_1, r_2 = \frac{-\rho \pm \sqrt{1-\rho^2}}{2} = -\rho \pm \sqrt{1-\rho^2} = \frac{-\rho \pm \sqrt{1-\rho^2} i}{2}$$

$$J = e^{-\rho x} (C_1 \cos \sqrt{1-\rho^2} x + C_2 \sin \sqrt{1-\rho^2} x)$$

تعريف رونسون: اگر J_1, J_2, J_r درجواب معادله دینامیکی باشد سپس آنها بعدها از

$$\begin{cases} J_1 = e^{r_1 x} \\ J_2 = e^{r_2 x} \end{cases}$$

تعريف سردد.

$$\omega(J_1, J_2) = \begin{vmatrix} J_1 & J_2 \\ J_1' & J_2' \end{vmatrix} = J_1 J_2' - J_2 J_1'$$

شرط اول رونسون برای که لاتجوب مستقر باشد آن است که رونسون آن برای صفر باشد

$$\omega(J_1, \dots, J_n) = \begin{vmatrix} J_1 & J_2 & \dots & J_n \\ J_1' & J_2' & \dots & J_n' \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ J_{(n-1)} & J_{(n-1)}' & \dots & J_{(n-1)}' \end{vmatrix}$$

Subject:

Year. 200 Month. Day.

$$(n) \quad a_0 J + \dots + a_n (J) = 0$$

$$a_0 r^n + a_1 r^{n-1} + \dots + a_n = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} r_1 \neq r_2 \neq r_3 \neq \dots \neq r_m \\ r_1 = \dots = r_m \neq r_{m+1} \neq \dots \neq r_n \end{array} \right.$$

$$J = c_1 J_1 + \dots + c_n J_n$$

خواص جذور ترکیبی هست

$$\rightarrow \left\{ \begin{array}{l} J_1 = e^{r_1 x} \\ J_n = e^{r_n x} \end{array} \right. \rightarrow J = c_1 J_1 + \dots + c_n J_n$$

$$\rightarrow \left\{ \begin{array}{l} J_1 = e^{r_1 x} \\ J_2 = x e^{r_2 x} \\ J_m = x^{m-1} e^{r_m x} \\ J_{m+1} = x^{(m+1)} e^{r_{m+1} x} \\ J_n = x^{n-1} e^{r_n x} \end{array} \right.$$

$$(n) \quad J - J - J + J = 0$$

$$r^k - r^k - r^r + 1 = 0 \quad r^k(r^r - 1) - (r^r - 1) = 0 \quad (r^r - 1)(r^k - 1) = 0$$

$$(r-1)(r+1)(r^k-1)(r^k+1) = 0 \quad (r-1)(r+1)(r-1)(r+1)(r^k-1)(r^k+1) = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} r_1 = 1 \quad r_2 = -1 \quad r_k = 1 \quad r_k = -1 \\ \end{array} \right. \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} r_1 = r_2 \\ r_k = r_k \end{array} \right.$$

$$\rightarrow \left\{ \begin{array}{l} J_1 = c_1 e^{r_1 x} \\ J_2 = c_2 x e^{r_2 x} \\ J_k = c_k x^{k-1} e^{r_k x} \end{array} \right.$$

$$r_1 = i \rightarrow J_1 = c_1 x^0 e^{ix}$$

$$r_2 = -i \rightarrow J_2 = c_2 x^1 e^{-ix}$$

$$J = c_1 x^0 e^{ix} + c_2 x^1 e^{-ix} + c_3 x^1 e^{ix} + c_4 x^0 e^{-ix} + c_5 \cos x + c_6 \sin x$$

Subject:

Year. 200 Month. Day.

حل معادلات مرتبه n غیرهمن با ضرایب ثابت (برای ضرایب ناپیوین):

برای حل چنین معادلاتی جواب عویش آن را هم مرم $J = J_h + J_p$ در نظری سریع

که در آن J_h جواب معادله همنزد J_h با خود را داشت در بر طریق حساب آن را
نیز بدلند.

$$J = J_h + J_p$$

J_p یک جواب پیغامده با درجه رسمیت n در حالات زیر

تمام گیشه است. J_h جواب معادله همنزد تساختر نرق است.

حالات اول: Q_m یک چند جمله‌ای درجه m باشد

$$J_p = x^k (1 + C_1 x + C_2 x^2 + \dots + C_m x^m) \quad (\text{یک چند جمله‌ای که از درجه } n \text{ با ضرایب ناپیوین})$$

که تعداد ریشهای برابر صفر معادله پیغامده همنزد تساختر است.

$$J'' - 3J' + 2J = x^m$$

$$x^m - 3x^m + 2x^m = x^m \quad \Rightarrow \quad x^m - 3x^m + 2x^m = 0 \quad \Rightarrow \quad m(m-3)(m-2) = 0 \quad \begin{cases} m=0 \\ m=3 \\ m=2 \end{cases}$$

$$J_h = C_1 e^{0x^m} + C_2 e^{2x^m} + C_3 e^{3x^m} = C_1 + C_2 e^{2x^m} + C_3 e^{3x^m}$$

$$J_p = \underbrace{x^k (A x^m + B)}_{\text{بنابراین رسمیت } k+m \text{ است}} = A x^{k+m} + B x^k \quad \left. \begin{array}{l} J' = k A x^{k-1} + B x^{k-1} \\ J'' = k(k-1) A x^{k-2} + B x^{k-2} \end{array} \right\} \begin{array}{l} J' = k A x^{k-1} + B x^{k-1} \\ J'' = k(k-1) A x^{k-2} + B x^{k-2} \end{array}$$

بنابراین رسمیت $k+m$ است

که تاریخ چون سطح

$(m, m-3, m-2)$ در پیغامده است پس آن را

$\cdot (k=1)$ جواب نداراست.

Subject:

Year. Month. Day.

$$\text{مقدار} \rightarrow -r(A) + r(AX + B) = rX$$

مقدار بیان

$$-rA + rAX + rB = rX$$

$$\left\{ \begin{array}{l} rA = r \quad A = \frac{1}{r} \\ rB - rA = 0 \quad rB = r \quad B = \frac{r}{r} \end{array} \right\} \quad J_p = AX + BX = \frac{1}{r}X + \frac{r}{r}X$$

$$\text{مقدار} \quad J = J_h + J_p = C_1 + C_2 e^{\frac{rX}{r}} + C_3 e^{\frac{rX}{r}} + \frac{1}{r}X + \frac{r}{r}X$$

$$Q(X) = e^{\frac{rX}{r}} \times \text{نامناسب}$$

$$J_p = X e^{\frac{rX}{r}} \left(\text{نمایش مقدار} \right)$$

آنچه در پایه داشت، این مقدار است.

$$J'' - rJ' + rJ = rX \alpha^r$$

$$r^2 - r\alpha^r + r\alpha^r = 0 \quad r(r - \alpha^r + \alpha^r) = 0 \quad r(r - 1)(r - 1) = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} r_1 = 0 \\ r_2 = 1 \\ r_3 = -1 \end{array} \right. \quad rX = X$$

$$J_h = C_1 e^{\frac{rX}{r}} + C_2 e^{\frac{rX}{r}} + C_3 e^{\frac{rX}{r}} X = C_1 + C_2 e^{\frac{rX}{r}} + C_3 e^{\frac{rX}{r}} X$$

$$J_p = e^{\frac{rX}{r}} \alpha^r (AX + BX + C)$$

مقدار بیان

Subject:

Year. 200 Month. Day.

$$Q_{(m)} = R_{(m)} \sin qx + S_{(m)} \cos qx \quad \text{حلت} \quad (P)$$

$i \in \mathbb{N}, m \in \mathbb{Z}$ درجه عباری از $R_{(m)}, S_{(m)}$.

$$J_P = x^k [M_{(m)} \sin qx + N_{(m)} \cos qx]$$

که تابعی مدار مفسر است $+ iq$

$\deg \text{Mat} \{m, n\}$ درجه عباری که با ضرایب نامن از $N_{(m)}, M_{(m)}$

$$J'' + J' = x^r \cos qx + x^r \sin qx \quad \text{این هست تابعی مدار مفسر است}$$

$$Y'' + Y = 0 \quad r(r+1) = 0 \quad \begin{cases} r_1 = 0 \\ r_2 = -1 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad r = i = \pm 1 \quad \begin{cases} r = +i \\ r = -i \end{cases} \quad \begin{cases} q = 1 \\ q = -1 \end{cases}$$

$$J_h = C_1 e^{ix} + C_2 \cos x + C_3 \sin x$$

$$J_P = x^k [(A x^r + B x + C) \cos qx + (A' x^r + B' x + C') \sin qx]$$

$$Q_{(m)} = e^{px} [R_{(m)} \sin qx + S_{(m)} \cos qx] \quad \text{حلت} \quad (P)$$

$i \in \mathbb{N}, m \in \mathbb{Z}$ درجه عباری از $R_{(m)}, S_{(m)}$

$$J_P = e^{px} x^k [M_{(m)} \sin qx + N_{(m)} \cos qx]$$

که تابعی مدار $P+iq$ مدار مفسر است

$$\deg \text{Mat} \{m, n\}$$

درجه عباری که با ضرایب نامن از $N_{(m)}, M_{(m)}$

Subject:

Year. 200 Month. Day.

$$J'' - \alpha J' + \gamma J = x^r e^{rx} \sin x + o e^{rx} \cos x \quad \text{لطفاً جزء معرفی شود}$$

$$J'' - \alpha J' + \gamma J = 0 \quad r^2 - \alpha r + \gamma = 0 \quad r(r - \alpha) = 0$$

$$\begin{cases} r_1 = 0 \\ (r - 1)(r - 1) = 0 \\ r_2 = 1 \\ r_3 = 1 \end{cases}$$

$$J_h = C_1 e^{0x} + C_2 e^{rx} + C_3 e^{rx} \cos x = C_1 + C_2 e^{rx} + C_3 e^{rx} \cos x$$

$$J_p = e^{rx} \left[(A_0 + B_0 x + C_0) \sin x + (A'_0 x + B'_0 x + C'_0) \cos x \right]$$

لطفاً مجموع دو جزء طلاقت خود باشد برای هر جملت بے جا ب

حضرس پیدا کی ششم سیس تا جوابها حضرس باشند جویی نیز

$$J'' - 3J' + 9J = x^r e^{rx} + x + x \cos x + \underbrace{\sin x}_{\text{لطفاً جزء معرفی شود}}$$

$$r^2 - 3r + 9 = 0 \rightarrow r(r - 3)(r - 3) = 0 \quad \begin{cases} r_1 = 0 \\ r_2 = r_3 = 3 \end{cases}$$

$$J_h = C_1 e^{0x} + C_2 e^{rx} + C_3 x e^{rx} = C_1 + C_2 e^{rx} + C_3 x e^{rx}$$

$$J'' - 2J' + 4J = x \quad J_p = x(Ax + B)$$

$$J'' - 2J' + 4J = x^r e^{rx} \quad J_p = x^r e^{rx} (Ax + B, Ax + B)$$

$$J'' - 2J' + 4J = x \cos x \quad J_p = [(Ax + Bx) \cos x + (Ax^2 + Bx) \sin x]$$

پست آوردن جواب معنی‌دار این تعریفی معنی‌ساز است:

$$\frac{1}{F(D)} \cdot y = y \iff F(D)y = y$$

تعریف این تعریف

مثال: $(D+1) \sin x = \cos x + \sin x \iff \frac{1}{D+1} (\cos x + \sin x) = \sin x$

جذب میرای آوردن این تعریف:

$$A) \frac{1}{F(D)} \cdot e^{ax} = \begin{cases} \frac{1}{F(D)} \cdot e^{ax} & \text{اگر } F(a) \neq 0 \\ \frac{x^k \cdot e^{ax}}{k! \cdot P(a)} & \text{اگر } F(D) = (D-a)^k \cdot P(D) \end{cases}$$

B) $\frac{1}{F(D^2)} \sin ax = \frac{1}{F(-a^2)} \sin ax$ جذب این تعریف

C) $\frac{1}{F(D)} (e^{ax} \cdot f(x)) = e^{ax} \cdot \frac{1}{F(D+a)} \cdot f(x)$

مثال میرای $\frac{1}{D(D-1)^2(D-2)^3} \cdot e^{2x} = \frac{x^3 \cdot e^{2x}}{3! \cdot 2} = \frac{1}{12} x^3 e^{2x}$

عکس از این تعریف $\frac{1}{k!} \cdot \frac{1}{(D-2)!} \cdot \frac{1}{(D-1)!} \cdot \frac{1}{D!}$ است. نظری که در کران (D-2) معنی دارد.

میرای $P(D)$ را بخواهیم.

$$J^{\infty} \cdot y_p = \frac{1}{D^2 - 5D + 6} \cdot (e^{2x} + 1)$$

$$y_p = \frac{1}{(D-2)(D-3)} \cdot (e^{2x}) + (e^{0x}) = \frac{x \cdot e^{2x}}{-1} + \frac{1}{4}$$

: ب) مثال

$$y'' + 3y' + y = \sin x$$

$$\frac{1}{D^2 + 3D + 1} \cdot \sin x = \frac{1}{1 + 3D + 1} \cdot \sin x = \frac{1}{3D + 2} \cdot \sin x$$

$$= \frac{3D + 2}{9D^2 - 4} \cdot \sin x = \frac{1}{13} (3D + 2) \sin x = \frac{1}{13} (3\cos x - 2\sin)$$

: C) مثال

$$y'' + y' + y = x + 1$$

$$\frac{1}{D^2 + D + 1} (x + 1) = (1 - D + D^2 - \dots)(x + 1) = \\ [(x + 1) + (-1 + 1 - \dots)] = x$$

$$- \frac{1}{D^2 + D + 1} = \frac{D^2 + D + 1}{1 - D + D^2 - \dots} \\ - \frac{1 + D + D^2}{-D + D^2} \\ - \frac{1 - D - D^2 - D^3}{D^3}$$

$$y'' + y = 1 + e^x + xe^x + e^{2x} \cdot \sin x$$

: ج) مثال

$$\Rightarrow y'' + y = 0 \Rightarrow r^2 + 1 = 0 \Rightarrow r = \pm i \rightarrow y_h = C_1 \cos x + C_2 \sin x$$

$$y_p = \frac{1}{D^2 + 1} (1 + e^x + xe^x + e^{2x} \cdot \sin x)$$

$$y_p = 1 + \frac{1}{2} e^x + e^x - \frac{1}{(D+1)^2 + 1} (x) + e^{2x} \frac{1}{(D+2)^2 + 1} \cdot \sin x = \dots$$

Subject:

Year. 200 Month. Day.

حال کوں اور جو هر مطالعے ای، ملزم
کس اور درجی گزینہ درای حل آن طبق تغیر تغیر $x = e^t$ لائق بکشم داں صرف
حال کوں جو ترمیم مدارم خوب ۲ باصریت گستاخت تبدیل گئد.

$$x = e^t \rightarrow t = \ln x \quad \frac{dt}{dx} = \frac{1}{x} = e^{-t}$$

$$J' = \frac{dJ}{dx} = \frac{dJ}{dt} \cdot \frac{dt}{dx} = \frac{1}{x} J' = e^{-t} J'(t)$$

$$J'' = \frac{d^2J}{dx^2} = \frac{d}{dx} \left(\frac{1}{x} J'(t) \right) = -\frac{1}{x^2} J'(t) + \left(\frac{dJ(t)}{dt} \cdot \frac{dt}{dx} \right) \frac{1}{x}$$

$$J''' = -\frac{1}{x^3} J' + \frac{1}{x^2} J''(t) = -e^{-t} J'(t) + e^{-t} J''(t)$$

$$e^{rt} (-e^{-rt} J' + e^{-rt} J'') + a_1 e^{-t} (e^{-t} J') + a_2 e^{-t} J'' = 0$$

$$J'' - J' + a_1 J' + a_2 J'' = 0 \rightarrow J'' + (a_1 - 1) J' + a_2 J'' = 0$$

کسی خلق ترتیب گی باصریت گستاخت.

$$Ex: x^2 J'' + x J' + J = 0$$

$$J'' + (r-1) J' + r J = 0 \rightarrow J'' + r J' + r J = 0$$

$$r^2 + r + 1 = 0 \rightarrow (r_1, r_2) = \frac{-1 \pm \sqrt{1-4}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{-3}}{2} = -\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}i$$

$$J_1 = e^{-\frac{x}{2}} \cos \sqrt{\frac{3}{4}} x \quad J_2 = e^{-\frac{x}{2}} \sin \sqrt{\frac{3}{4}} x$$

$$J = C_1 J_1 + C_2 J_2$$

Subject:

Year. Month. Day.

رسیس کا مدرس تھے: ارچنڈا جامس این جاپ بیکری میں

با استنطاب $J_r = J_r V$ میں J_r کا معنی پیدا کرنے والے جاپ بیکری میں

جاپ بیکری میں مدارج را بدینہ کریں

$$J_r = J_r V + V J_r$$

$$J_r = J_r V + V J_r + V' J_r + J_r V' \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{جاپ بیکری میں} \\ \text{جاپ بیکری میں} \end{array} \right.$$

$$(J_r V + V J_r + V' J_r + J_r V') + P_{\text{new}}(J_r V + V J_r) + Q(x)(J_r V) = 0$$

$$V(J_r + P_{\text{new}} J_r + Q(x) J_r) + (V J_r + V' J_r + V' J_r + P_{\text{new}} V' J_r) = 0$$

$$V J_r + V' J_r + P_{\text{new}} V' J_r = 0 \quad \xrightarrow{V J_r} \frac{V'}{V'} + P \frac{J_r}{J_r} + P_{\text{new}} = 0$$

$$\int \frac{V'}{V'} dx + \int P \frac{J_r}{J_r} dx + \int P_{\text{new}} dx = - \int P_{\text{new}} dx$$

$$\ln V' = - \int P_{\text{new}} dx \quad \rightarrow \quad V' = e^{- \int P_{\text{new}} dx}$$

$$V = \frac{1}{J_r} \cdot e^{\int P_{\text{new}} dx} \quad \xrightarrow{\int} \left(V = \frac{1}{J_r} e^{- \int P_{\text{new}} dx} \right) \cdot dx$$

آخر: جاپ بیکری میں مدارج پیدا کرنے والے ایک رسم طرز سے کیا جائے

$$\text{Ex: } \begin{cases} 2x^2 y'' + 5xy' = 0 \\ J_1 = x^{-1} \end{cases} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} J_1' = -x^{-2} \\ J_1'' = 2x^{-3} \end{cases}$$

$$\rightarrow x^2 (2x^{-3}) + 5x (-x^{-2}) = 0 \quad 2x^{-1} + (-5x^{-1}) = 0 \quad \frac{2}{x} - \frac{5}{x} = 0$$

جاپ بیکری میں

Subject:

Year. 200 Month. Day.

$$\Rightarrow V = \int \frac{1}{J_r} \cdot e^{-\int p(x) dx} \cdot dx = \int \frac{1}{x^r} e^{-\int \frac{p(x)}{x} dx} \cdot dx = \int x^r e^{-\int \frac{p(x)}{x} dx} \cdot dx$$

$$= \int dx = x \quad \Rightarrow \quad J_r = J, V = \frac{1}{x} (x) = 1 \quad J = \frac{C_1}{x} + C_2$$

حل مسألهات، در پیش تغیر پارامتره برای حل معادله

$J'' + p(u) J' + q(x)$ $J = g(x)$ در مقابل معادله هنگ متناظر نویس باشد.

$$J_h = C_1 J_1 + C_2 J_2$$

$$(J_p = u_1(x) J_1 + u_2(x) J_2)$$

$$J'_p = u'_1 J_1 + J'_1 u_1 + u'_2 J_2 + J'_2 u_2$$

$$J''_p = (u'_1 J_1 + u'_2 J_2) + (J'_1 u_1 + u'_2 J_2) = J'_1 u_1 + u'_2 J_2$$

$$J''_p = J'_1 u_1 + u'_1 J_1 + u'_2 J_2 + J'_2 u_2$$

حل معادله داشته رسی جواب حذفی بودست آنکه

$$\left\{ \begin{array}{l} u'_1 J_1 + u'_2 J_2 = 0 \\ u'_1 J_1 + u'_2 J_2 = g(x) \end{array} \right.$$

$$u_1 = \int \frac{g(x) J_2}{w(J_1, J_2)} dx$$

$$u_2 = \int \frac{g(x) J_1}{w(J_1, J_2)} dx$$

$$J_h + J_p = J$$

$$EX: J'' + J = \sec x$$

$$r+1=0 \rightarrow r=-1 \rightarrow r=i \rightarrow r=\pm i \quad \left\{ \begin{array}{l} J_1 = \cos x \\ J_2 = \sin x \end{array} \right.$$

$$J_h = C_1 \cos x + C_2 \sin x$$

Subject:

Year. 200 Month. Day.

$$J\rho = u_1 J_1 + u_r J_r \quad w(J_1, J_r) = \begin{vmatrix} \cos x & \sin x \\ -\sin x & \cos x \end{vmatrix} = \cos^2 x - (-\sin x)(\sin x) = \cos^2 x + \sin^2 x = 1$$

$$u_1 = \int \frac{\sec x \cdot \sin x}{1} dx = \int \frac{1}{\cos x} \cdot \sin x \cdot dx = - \int \frac{\sin x}{\cos x} dx = \ln |\cos x|$$

$$u_r = \int \frac{\sec x \cdot \cos x}{1} dx = \int \frac{1}{\cos x} \cdot \cos x \cdot dx = 1 dx = x$$

$$\left\{ \begin{array}{l} J\rho = (\ln |\cos x|) \cos x + x \sin x \\ J_h = c_1 \cos x + c_2 \sin x \end{array} \right.$$

$$\rightarrow J = J\rho + J_h = (\ln |\cos x|) \cos x + x \sin x + c_1 \cos x + c_2 \sin x$$

$$\text{وَهُوَ جُمِيعُ مُتَابِعَاتِ } J^{(n)} + f_1(x) J^{(n-1)} + \dots + f_n(x) J = g(x)$$

جواب معمولی می باشد J_1, \dots, J_n

$$J_h = c_1 J_1 + \dots + c_n J_n \quad J\rho = u_1 J_1 + u_r J_r + \dots + u_n J_n$$

$$\rightarrow J = J_h + J\rho = u'_1 J_1 + u'_r J_r + \dots + u'_n J_n =$$

$$\left\{ \begin{array}{l} u'_1 J_1 + u'_r J_r + \dots + u'_n J_n = \\ u'_1 J_1^{(n-1)} + u'_r J_r^{(n-1)} + \dots + u'_n J_n^{(n-1)} = \end{array} \right.$$

$$u'_1 J_1^{(n-1)} + u'_r J_r^{(n-1)} + \dots + u'_n J_n^{(n-1)} = g(x)$$

$$J + J' = t g x$$

$$r+r=0 \quad r(r+1)=0 \quad \left\{ \begin{array}{l} r=0 \\ r=-1 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} r=i \\ r=-i \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} k_i=0 \\ k_{-i}=0 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} k_i=0 \\ k_{-i}=0 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} q=1 \\ q=-1 \end{array} \right.$$

$$J_h = c_1 e^x + c_r \cos x + c_r \sin x = c_1 + c_r \cos x + c_r \sin x$$

Subject:

Year. 200 Month. Day.

$$J_h = C_1 + C_2 \cos \alpha + C_3 \sin \alpha$$

$$\downarrow \\ J_P = u_x x_1 + u_y \cos \alpha + u_z \sin \alpha$$

$$\left\{ \begin{array}{l} u_x x_1 + u_y \cos \alpha + u_z \sin \alpha = 0 \\ u_x x_1 + u_y (-\sin \alpha) + u_z (\cos \alpha) = 0 \\ 0 + u_y (-\cos \alpha) + u_z (-\sin \alpha) = \tan \alpha \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{دسته - داخل نور} \\ u_x, u_y, u_z \\ \text{کنیم} \\ \text{این در معادل مکاری دھیو} \end{array} \right.$$

حل معادلات بمعکس تبدیلات لاپلاس:

بطی حل یک معادله بمعکس تبدیلات لاپلاس، ابتدا از طرین تبدیل لاپلاس گرفته پس مدار

را که یک مدار معکوس است بر حسب لاپلاس تابع بدست آوریم آنچه از طرین تبدیل معکوس

لاپلاس میگیریم تا جواب معادله بدست آید.

$$L(f(t)) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-st} f(t) dt = F(s) \iff L^{-1}(F(s)) = f(t)$$

$$1) L(f+g) = L(f) + L(g)$$

$$2) L(\lambda f) = \lambda L(f) \quad \lambda \in \mathbb{R}$$

$$3) L^{-1}(f_1 + f_2) = L^{-1}(f_1) + L^{-1}(f_2)$$

$$4) L^{-1}(\lambda f_1) = \lambda L^{-1}(f_1)$$

Subject:

Year. 200 Month. Day.

$$1) L(a) = \frac{a}{s} \quad L^{-1}\left(\frac{a}{s}\right) = a$$

Calc: $L(a) = \int_0^{+\infty} e^{-st} a dt = a \left(-\frac{1}{s} e^{-st} \right) \Big|_0^{+\infty} = a \left(0 + \frac{1}{s} \right) = \frac{a}{s}$

Ex: $L^{-1}\left(\frac{\omega}{s}\right) = \omega \quad L^{-1}\left(\frac{1}{s}\right) = 1$

$$2) L(at) = \frac{a}{s^r}$$

Calc: $L(at) = \int_0^{+\infty} e^{-st} at dt = a \int_0^{+\infty} t e^{-st} dt$ $\begin{cases} t = u \quad du = dt \\ e^{-st} dt = dV \\ V = -\frac{1}{s} e^{-st} \end{cases}$
 $= a \left(-\frac{t}{s} e^{-st} \right) \Big|_0^{+\infty} + \int_0^{+\infty} \frac{1}{s} e^{-st} dt = a \left(a + \left(-\frac{1}{s^r} e^{-st} \right) \Big|_0^{+\infty} \right)$
 $= a \left(\frac{1}{s^r} \right) = \frac{a}{s^r}$

Ex: $L^{-1}\left(\frac{\omega}{s^r}\right) = at$

$$3) L(at^n) = \frac{an!}{s^{n+1}}$$

Ex: $L^{-1}\left(\frac{\omega!}{s^2}\right) = \rightarrow t^\omega$

Ex: $L(t^r + ct - \omega) = L(t^r) + L(ct) - \omega L(c) = \frac{r!}{s^r} + \frac{r}{s^r} - \frac{\omega}{s}$

$$4) L(e^{at}) = \frac{1}{s-a}$$

Calc: $L(e^{at}) = \int_0^{+\infty} e^{-st} e^{at} dt = \int_0^{+\infty} e^{(a-s)t} dt = \frac{1}{a-s} e^{(a-s)t} \Big|_0^{+\infty}$
 $\Rightarrow \frac{1}{a-s} = \frac{1}{s-a}$

Ex: $L^{-1}\left(\frac{1}{s-r}\right) = e^{rt}$

$L^{-1}\left(\frac{1}{s+1}\right) = e^{-t}$

Subject:

Year. 200 Month. Day.

$$5) L(\sinh at) = \frac{a}{s^r - a^r} \quad L^{-1}\left(\frac{a}{s^r - a^r}\right) = \sinh at$$

$$\text{证: } L(\sinh at) = L\left(\frac{e^{at} - e^{-at}}{r}\right) = \frac{1}{r}L(e^{at}) - \frac{1}{r}L(e^{-at}) =$$

$$\frac{1}{r}\left(\frac{1}{s-a} - \frac{1}{s+a}\right) = \frac{1}{r} \frac{s+a-s+a}{s^r - a^r} = \frac{2a}{s^r - a^r} \cdot \frac{1}{r} = \frac{a}{s^r - a^r}$$

$$\text{Ex: } L^{-1}\left(\frac{r}{s^r - r^r}\right) = \sinh rt$$

$$6) L(\cosh at) = \frac{s}{s^r + a^r}$$

$$7) L(\sin at) = \frac{a}{s^r + a^r}$$

$$8) L(\cos at) = \frac{s}{s^r + a^r}$$

$$\text{Ex: } L^{-1}\left(\frac{as-1}{s(s^r+1)(s-1)}\right) = L^{-1}\left(\frac{A}{s}\right) + L^{-1}\left(\frac{B}{s-1}\right) + L^{-1}\left(\frac{C}{s^r+1}\right)$$

$$= AL^{-1}\left(\frac{1}{s}\right) + BL^{-1}\left(\frac{1}{s-1}\right) + CL^{-1}\left(\frac{1}{s^r+1}\right) \leftarrow DL^{-1}\left(\frac{1}{s^r+1}\right) =$$

$$= A + Be^t + c \cos at + D \sin t$$

$$\text{证: } L(f(t)) = F(s) \quad f(t) = \underline{\underline{\sinh rt}}$$

$$L(f(bt)) = \frac{1}{b}F\left(\frac{s}{b}\right)$$

$$L\left(\frac{1-e^{-t}}{t}\right) = \ln\left(1 + \frac{1}{s}\right)$$

$$\text{Ex: } L\left(\frac{1-e^{-rt}}{rt}\right) = \frac{1}{r}\ln\left(1 + \frac{1}{s}\right) = \frac{1}{r}\ln\left(1 + \frac{r}{s}\right)$$

Subject:

Year. Month. Day.

حصہ تبدیل لیاس سے: اگر کسی تابع میں رخواہیں تبدیل لیاس ممکن ہے تو اسی سے کہیں از خروج

$$L(j^{(n)}) = s^n L(j) - s^{n-1} j^{(0)} - s^{n-2} j'^{(0)} - s^{n-3} j''^{(0)} - \dots - j^{(0)}$$

$$L(j') = s L(j) - j^{(0)}$$

$$L(j'') = s^2 L(j) - s j^{(0)} - j'^{(0)}$$

$$L(j'''') = s^3 L(j) - s^2 j^{(0)} - s j'^{(0)} - j''^{(0)}$$

$$\text{Ex: } L(e^{-t}) = \begin{cases} j = e^{-t} \\ t = 0 \\ j' = -e^{-t} \end{cases} \quad j^{(0)} = 1$$

$$1 = sL(e^{-t}) + L(e^{-t}) = (s+1)L(e^{-t}) \rightarrow L(e^{-t}) = \frac{1}{s+1}$$

$$\text{Ex2) } L(\sin^r t) : \quad \begin{cases} j = \sin^r t \\ j' = r \cos t \sin^{r-1} t \\ t = 0 \quad j^{(0)} = 0 \end{cases}$$

$$L(j') = s L(j) - j^{(0)}$$

$$L(r \cos t \sin^r t) = s L(\sin^r t) \rightarrow L(\sin^r t) = s L(\sin^r t)$$

$$\frac{r}{s^r + r} = s L(\sin^r t) \rightarrow L(\sin^r t) = \frac{r}{s(s^r + r)}$$

Subject:

Year 200 Month Day

$$L(t \cos rt) = \begin{cases} J = t \cos rt \\ J' = \cos rt + (-t \sin rt)t = \cos rt - t \sin rt \\ J'' = -t \sin rt - [t \sin rt + t \cos rt \cdot r] = -t \sin rt - t \sin rt - r \cos rt \\ J''' = -\sin rt - r \cos rt \end{cases} \quad (\text{Ex 3})$$

$$\int J''' = \cos rt - rt \sin rt$$

$$\begin{aligned} \int J'' &= -r \sin rt - [t \sin rt + t \cos rt \cdot r] = -r \sin rt - r \sin rt - r \cos rt \\ &= -r \sin rt - r \cos rt \end{aligned}$$

$$\text{Now } L(J'''') = s^r L(J) - s J''(0) - J'(0)$$

$$\Rightarrow L(-r \sin rt - r \cos rt) = s^r L(t \cos rt) - 1$$

$$-L(t \cos rt)(r+s^r) = \frac{r+s^r}{s^r+r} - 1$$

$$-L(t \cos rt) = \frac{r-s^r}{(s^r+r)^2} = \frac{r-s^r}{(s^r+r)^2} \Rightarrow L(t \cos rt) = \frac{s^r-r}{(s^r+r)^2}$$

$$J''' - J'' - 2J = 0 \quad J(0) = 1 \quad J'(0) = r$$

$$L(J'''') - L(J'') - 2L(J) = L(0) = 0$$

$$s^r L(J) - s J''(0) - J'(0) - sL(J) - J(0) - 2L(J) = 0$$

$$s^r L(J) - s - r - sL(J) + 1 - 2L(J) = 0$$

$$s^r L(J) - s - r - sL(J) - 2L(J) = 0$$

$$L(J)(s^r - s - r) = s + 1 \quad L(J) = \frac{s+1}{s^r - s - r} = \frac{s+1}{(s-r)(s+r)}$$

Subject:

Year. 200 Month. Day.

$$j = L^{-1}\left(\frac{s+1}{(s-r)(s+r)}\right) = L^{-1}\left(\frac{A}{s-r} + \frac{B}{s+r}\right) = Ae^{-rt} + Be^{rt}$$

$$2) j'' - rj' + rj = re^{-t} \quad j(0) = 1 \quad j'(0) = -1$$

$$L(j'') - rL(j') + rL(j) = rL(e^{-t})$$

$$s^2 L(j) - s j(0) - j'(0) - r[sL(j) - j'(0)] + rL(j) = rL(e^{-t})$$

$$s^2 L(j) - rs + v - rsL(j) + rL(j) = rL(e^{-t})$$

$$s^2 L(j) - rs + v - rsL(j) + rL(j) = \frac{r}{s+1}$$

$$L(j) \left\{ \underbrace{\frac{s^2 - rs + r}{(s-r)(s-1)}} \right\} = \frac{r}{s+1} + rs - v = \frac{r - vs - v + rs^2 + rs}{s+1}$$

$$L(j) = \frac{rs^2 - rs - v}{(s+1)(s-r)(s-1)} = \frac{A}{s+1} + \frac{B}{s-r} + \frac{C}{s-1}$$

$$j = L^{-1}\left(\frac{A}{s+1}\right) + L^{-1}\left(\frac{B}{s-r}\right) + L^{-1}\left(\frac{C}{s-1}\right) = Ae^{-t} + Be^{rt} + Ce^t$$

$$j = Ae^{-t} + Be^{rt} + Ce^t$$

لما سؤال: كم $L(f(t)) = f(s)$

$$L\left(\int_1^t f(r) dr\right) = \frac{1}{s} f(s) \Rightarrow \int_1^t f(r) dr = L^{-1}\left(\frac{1}{s} f(s)\right)$$

$$\text{Ex: } L\left(\int_1^t \cos(rt) dr\right) \quad f(t) = \cos(rt) \quad L(\cos(rt)) = \frac{s}{s^2 + r^2}$$

$$L\left(\int_1^t \cos(rt) dr\right) = \frac{1}{s} \left(\frac{s}{s^2 + r^2}\right) = \frac{1}{s^2 + r^2}$$

Subject:

Year: 200 Month: Day:

$$L^{-1}\left(\frac{1}{s(s+\epsilon)}\right) = L^{-1}\left(\frac{1}{s} \cdot \frac{1}{s+\epsilon}\right) = L^{-1}\left(\frac{1}{s} \cdot f(s)\right)$$

$$\int_0^t e^{-rt} dr = \frac{1}{r} e^{-rt} \Big|_0^t = -\frac{1}{r} e^{-rt} + \frac{1}{r} = \frac{1}{r} (1 - e^{-rt})$$

مشابه استعمل:

$$I) \quad \text{If } L(f(t)) = F(s) \xrightarrow{\text{obt}} L(e^{bt} f(t)) = F(s-b)$$

$$L^{-1}(F(s-b)) = e^{bt} f(t)$$

Ex: $L(e^{rt} \cos t) = \quad L(\cos t) = \frac{s}{s^2+1} \quad \xrightarrow{s \rightarrow s-r} \frac{s}{s^2-r^2}$

$$\Rightarrow L(e^{rt} \cos t) = \frac{(s-r)}{(s-r)^2+1}$$

Ex: $L(te^{rt}) = \quad L(t) = \frac{1}{s^2} \quad \xrightarrow{s \rightarrow s-r} \frac{s}{s-r}$

$$\Rightarrow L(te^{rt}) = \frac{1}{(s-r)^2}$$

تعريف تابع پیش از صفر
هر کسی با صفتی داشته باشد که $u(t) = \begin{cases} 0 & t < c \\ u(t) & t \geq c \end{cases}$

$$L(u(t)) = \int_0^{+\infty} e^{st} u_c(t) dt = \int_0^c e^{-st} u_c(t) dt + \int_c^{+\infty} e^{-st} u_c(t) dt$$

$$= \int_c^{+\infty} e^{-st} dt = -\frac{1}{s} e^{-st} \Big|_c^{+\infty} = 0 + \frac{e^{-cs}}{s} = \frac{e^{-cs}}{s}$$

که لیکن $L(f(t)) = F(s)$ اگر: معتبر

$$L(u_c(t) f(t-c)) = e^{-cs} L(f(t)) = e^{-cs} f(s).$$

$$\Rightarrow L^{-1}(e^{-cs} F(s)) = u_c(t) f(t-c)$$

Subject:

Year. Month. Day.

$$Ex: f(t) = u_r(t) (t^r e^{rt}) \quad L(f(t)) = ? \quad r = r$$

$$t^r e^{rt} = (t-r)^r + t^r \Leftrightarrow t^r e^{rt} + F(t) - F(t-r) = t^r e^{rt}$$

$$f(t) = u_r(t) ((t-r)^r + (t-r))$$

$$L(f(t)) = L(u_r(t) ((t-r)^r + (t-r))) = e^{-rs} L(t^r e^{rt}) = -e^{-rs} \left(\frac{r}{s^r} + \frac{1}{s^r} \right)$$

لذلك $L(f(t)) = f(s)$ \star

$$L((-1)^n t^n f(t)) = F^{(n)}(s)$$

$$L(t^n f(t)) = (-1)^n F^{(n)}(s) \rightarrow L^{-1}(F^{(n)}(s)) = (-t)^n L^{-1}f(s)$$

$$Ex: L(t \cos t) = ? \quad L(\cos t) = \frac{s}{s^2 + 1}$$

$$\Rightarrow L(t \cos t) = (-1) \left(\frac{s}{s^2 + 1} \right)' = \frac{-s^2 + 1 - s^2}{(s^2 + 1)^2} = \frac{-(1 - s^2)}{(s^2 + 1)^2} = \frac{s^2 - 1}{(s^2 + 1)^2}$$

$$L\left(\frac{f(t)}{t}\right) = \int_s^{+\infty} f(u) du$$

$$f(t) = t L \int_s^{+\infty} f(u) du$$

$$Ex: L\left(\frac{\sinh t}{t}\right) \quad \text{لذلك } L(\sinh t) = \frac{1}{s^2 - 1}$$

$$\Rightarrow \int_s^{+\infty} \frac{du}{u^2 - 1} = \int \frac{A}{u-1} du + \int \frac{B}{u+1} du = \frac{1}{r} \int_s^{+\infty} \frac{du}{u-1} - \frac{1}{r} \int_s^{+\infty} \frac{du}{u+1} =$$

$$\frac{1}{r} [\ln(u-1) - \ln(u+1)] = \frac{1}{r} \left[\ln \frac{u-1}{u+1} \right]_s^{+\infty} = -\frac{1}{r} \ln \frac{s-1}{s+1} = \frac{1}{r} \ln \frac{s+1}{s-1}$$

Subject:

Year, 200 Month, Day,

$$EX(2) L\left(\frac{e^{-t}}{t}\right) \quad \text{پیش} \quad L(e^{-t}) = \frac{1}{s+1}$$

$$\rightarrow L\left(\frac{e^{-t}}{t}\right) = \int_s^{+\infty} \frac{du}{u+1} = \ln|u+1| \Big|_s^{+\infty} \quad \text{وکالتی.}$$

$$EX(3) L\left(\frac{1-\cos t}{t}\right) \quad \text{پیش} \quad L(1-\cos t) = L(1) - L(\cos t) = \frac{1}{s} - \frac{s}{s+1}$$

$$\rightarrow \int_s^{+\infty} \left[\frac{du}{u} - \frac{u}{u+1} du \right] = \ln u - \frac{1}{t} \ln(u+1) \Big|_s^{+\infty} = \ln u - \ln(u+1)^{\frac{1}{t}}$$

$$\left. \ln \frac{u}{\sqrt{u+1}} \right|_s^{+\infty} = s - \ln \frac{s}{\sqrt{s^2+1}} = \ln \frac{\sqrt{s^2+1}}{s}$$

کانولوشن (پیچش):

$$f * g = \int_0^t f(t-x) g(x) dx.$$

خاص: 1) $f * g = g * f$ 2) $f * (g * h) = (f * g) * h$

3) $f * (g+h) = (f * g) + (f * h)$ 4) $C(f * g) = f * (Cg) = Cf * g$

5) $f * f \gg 0$, $f * 1 \neq f$

Ex: $t * \sin t = \int_0^t f(t-x) g(x) dx$ $\begin{cases} f(t) = t \\ g(t) = \sin t \end{cases}$

$$= \int_0^t (t-x) \sin x dx \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} t-x=u & du = -dx \\ \sin x dx = dv & v = -\cos x \end{cases}$$

$$= - (t-x) \cos x \Big|_0^t - \int_0^t \cos x dx = - (t-x) \cos x - \sin x \Big|_0^t$$

$$= -\sin t - (-t) = t - \sin t$$

Subject:

Year 200 Month Day

$$\text{Ex2)} \quad 1 * e^{-t} = \int_0^t 1 * e^{-\alpha} d\alpha = \int_0^t e^{-\alpha} d\alpha = -e^{-\alpha} \Big|_0^t = \begin{cases} g(t) = e^{-t} \\ f(t) = 1 \end{cases}$$

$$= -e^{-t} + 1 = 1 - e^{-t}$$

$$\text{نحوه اگر: } L(g(t)) = G(s) \quad \text{و} \quad L(f(t)) = F(s)$$

$$L(f * g) = L(f) * L(g) = F(s) * G(s) \quad \text{و} \quad L^{-1}(F(s), G(s)) = f * g$$

$$\text{Ex3)} \quad L(\int_0^t (t-\alpha) \sin(\alpha) d\alpha) = L(t * \sin(t)) = L(t) * L(\sin t)$$

$$= \frac{1}{s^2} * \frac{1}{s+1}$$

$$\text{Ex4)} \quad L(\int_0^t e^{-\alpha} \sin(t-\alpha) d\alpha) = L(\sin(t) * e^{-t}) = L(e^{-t}) * L(\sin t)$$

$$= \frac{1}{s+1} * \frac{1}{s^2+1}$$

$$L^{-1}\left(\frac{1}{(s+1)(s^2+1)}\right) = L^{-1}\left(\frac{1}{s+1} * \frac{1}{s^2+1}\right)$$

$$\begin{cases} F(s) = \frac{1}{s+1} \\ G(s) = \frac{1}{s^2+1} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} f(t) = e^{-t} \\ g(t) = e^{-t} \end{cases} \Rightarrow L^{-1}(f(s)G(s)) = f * g = e^{-t} * e^{-t}$$

$$= \int_0^t e^{-(t-\alpha)} e^{-t\alpha} d\alpha = \int_0^t e^{-t} e^{\alpha} e^{-t\alpha} d\alpha = e^{-t} \int_0^t e^{-t\alpha} d\alpha$$

$$= e^{-t} (-e^{-t} \Big|_0^t) = e^{-t} (-e^{-t} + 1) = e^{-t} - 1$$

معادله انتگرال هر معادله که تابع حاصل آن نمای علاوه است اندک

معادله اندکی ناصیعی نمود. برای حل همین معادله از اطرافین تبدیل لابلانس

محیرم. پس محدودس لابلس کی گیرم تا طب معاوی بروست آمد

$$J(t) = \sin t + \int_0^t J(x) \sin(t-x) dx \quad \text{طوری است حل معادل}$$

$$L(J(t)) = L(\sin t) + L\left(\int_0^t J(x) \sin(t-x) dx\right) \quad L(J(t)) = Y$$

$$Y = \frac{r}{s^r + r} + L(J(t) * \sin t) \quad Y = \frac{r}{s^r + r} + L(J(t)) \times L(\sin t)$$

$$Y = \frac{r}{s^r + r} + Y \cdot \frac{r}{s^r + r} \rightarrow Y - Y \cdot \frac{r}{s^r + r} = \frac{r}{s^r + r} \rightarrow Y(1 - \frac{r}{s^r + r}) = \frac{r}{s^r + r}$$

$$Y\left(\frac{s^r + r}{s^r + r}\right) = \frac{r}{s^r + r} \quad Y = \frac{r}{s^r + r} \quad J(t) = L^{-1}(Y)$$

$$\rightarrow J(t) = L^{-1}(Y) = L^{-1}\left(\frac{r}{s^r + r}\right) = \frac{\sqrt{r}}{\sqrt{r}} L^{-1}\left(\frac{r}{s^r + r}\right) = \frac{r}{\sqrt{r}} L^{-1}\left(\frac{\sqrt{r}}{s^r + r}\right)$$

$$= \frac{r}{\sqrt{r}} \sin \sqrt{r} t$$

$$\text{Ex2)} \quad J' + J = \cos t + \int_0^t \sin(t-x) J'(x) dx \quad \begin{cases} J(0) = 0 \\ J'(0) = 0 \end{cases}$$

$$L(J') + L(J) = L(\cos t) + L\left(\int_0^t \sin(t-x) J'(x) dx\right)$$

$$s^r L(J) - s J(0) - J(0) + s L(J) - J(0) = \frac{s}{s^r + 1} + L(\sin t * J'(x))$$

$$L(J) [s^r + s] = \frac{s}{s^r + 1} + L(\sin t) \times L(J'(t)) \quad \begin{cases} L(J) = Y \end{cases}$$

$$Y(s^r + s) = \frac{s}{s^r + 1} + \frac{s}{s^r + 1} \cdot Y (s L(J) - J(0))$$

$$Y(s^r + s - \frac{s}{s^r + 1}) = \frac{s}{s^r + 1} \quad Y = \frac{1}{s^r + s^r + s} \quad J = L^{-1}\left(\frac{1}{s^r + s^r + s}\right)$$

Subject:

Year. 200 Month. Day.

حل دستگاه کاف تبدیل لاپلاس: برای حل میکروستگاه، کاف تبدیلات لاپلاس استدال انصر
کی از معادلات رسمگاه تبدیل لاپلاس میگیریم می دستگاه مابین حساب تبدیلات لاپلاس
حل می شویم پس تبدیل معکوس لاپلاس میگیریم و صورتی که نظریه اولیه را درست
باشند که حاصل محاسب می باشند

$$\text{Ex: } \begin{cases} J_1' = -J_2 \\ J_2' = J_1 \end{cases} \quad \begin{cases} J_1(0) = 1 \\ J_2(0) = 0 \end{cases} \quad \Rightarrow \begin{cases} L(J_1') = -L(J_2) \\ L(J_2') = L(J_1) \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} sL(J_1) - J_1(0) = -L(J_2) \\ sL(J_2) - J_2(0) = L(J_1) \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{فرموده شویم } \\ J_1 = L(J_1) \\ J_2 = L(J_2) \end{array}$$

$$\rightarrow \begin{cases} sLJ_1 - 1 = -J_2 \\ sLJ_2 = J_1 \end{cases} \quad \rightarrow \begin{cases} sJ_1 + J_2 = 1 \\ sJ_2 - J_1 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} s^2J_1 + J_2 = 1 \\ s^2J_2 - J_1 = 0 \end{cases}$$

$$s^2J_1 + J_2 = 1 \quad J_2(s^2 + 1) = 1 \quad J_2 = \frac{1}{s^2 + 1}$$

$$L^{-1}(J_2) = J_2 \quad \Rightarrow \quad L^{-1}\left(\frac{1}{s^2 + 1}\right) = \sin t$$

$$J_1' = J_1 \quad \Rightarrow \quad (\sin t)' = \cos t = J_1$$

$$\begin{cases} J_2 = \sin t \\ J_1 = \cos t \end{cases}$$

$$\frac{s^2}{s^2 + 1} - sJ_1 = 0 \quad J_1 = \frac{s}{s^2 + 1} \quad J_1 = L^{-1}\left(\frac{s}{s^2 + 1}\right) = \cos t$$

Subject:

Year. 200 Month. Day.

$$\text{Ex2) } \begin{cases} j'_1 + j_1 - j'_r - rj_r = 0 \\ j'_1 + j'_r = \cos t + r \cos rt \end{cases} \quad \begin{cases} j_1(0) = 0 \\ j'_1(0) = 1 \\ j'_r(0) = r \\ j_r(0) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} L(j'_1) + L(j_1) - L(j'_r) - rL(j_r) = 0 \\ L(j'_1) + L(j'_r) = L(\cos t) + rL(\cos rt) \end{cases}$$

$$\begin{cases} s'L(j_1) - sL(j_0) = j'_1(0) + L(j_1) - s'L(j_r) + sL(j_{r0}) + j'_r(0) - rL(j_r) \\ sL(j_1) - j_1(0) + sL(j_r) - j_r(0) = \frac{s}{s^r+1} + \frac{rs}{s^r+r} \end{cases}$$

لاره متساوى داری کی نہیں

$$\begin{cases} (s^r+1)y_1 - (s^r+r)y_r = -1 \\ sy_1 + sry_r = \frac{r}{s^r+1} + \frac{rs}{s^r+r} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} (s^r+1)y_1 - (s^r+r)y_r = -1 \\ y_1 + y_r = \frac{1}{s^r+1} + \frac{r}{s^r+r} \end{cases}$$

Δ دمیشنا ضریب

$$\Delta = \begin{vmatrix} s^r+1 & -(s^r+r) \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = s^r+1 + s^r+r = rs^r + \alpha$$

$$\Delta y_1 = \begin{vmatrix} -1 & -(s^r+r) \\ \frac{1}{s^r+1} & \frac{r}{s^r+r} \end{vmatrix} = -1 + (s^r+r)\left[\frac{1}{s^r+1} + \frac{r}{s^r+r}\right] \\ = -1 + \frac{s^r+r}{s^r+1} + r = \frac{s^r+r}{s^r+1} + r$$

$$\Delta y_r = \begin{vmatrix} s^r+1 & -1 \\ 1 & \frac{1}{s^r+1} + \frac{r}{s^r+r} \end{vmatrix} = (s^r+1)\left(\frac{1}{s^r+1} + \frac{r}{s^r+r}\right) + 1 \\ = \frac{r(s^r+1)}{s^r+r} + r$$

$$j_1 = \frac{\Delta y_1}{\Delta} = \frac{\frac{s^r+r}{s^r+1} + r}{rs^r + \alpha} = \frac{rs^r + r}{(s^r+1)(rs^r + \alpha)}$$

$$j_r = \frac{\Delta y_r}{\Delta} = \frac{r + \frac{r(s^r+1)}{s^r+r}}{rs^r + \alpha} = \frac{rs^r + r + rs^r + r^2}{(s^r+r)(rs^r + \alpha)}$$

PILAVARAN
PAGE: 99

Subject:

Year. Month. Day.

حل معادله دیفرانسیل با تکنیک
تابع تکینیس

تابع تکینیس را در معادله دیفرانسیل $y' = f(x)$ می‌گویند که برای همه $x \in \mathbb{R}$ صدق می‌کند.

$$P(x) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n (x-a)^n$$

نتیجه: نقطه نکته $x=a$ برای معادله $f'(x)y'' + f(x)y' + g(x)y = 0$ معتبر است.

شرط: $f(a) \neq 0$ باید

$$EX: (1-x^2)y'' + 2xy' + y = 0$$

$(1-x^2) = 0 \Rightarrow x = \pm 1$ این رو نقطه غیر معتبر (تصویر)

متناسب با تکنیک تکینیس

قضیه: اگر نقطه $x=a$ پسند نکته معتبر معادله $f_1(x)y'' + f_2(x)y' + f_3(x)y = 0$ باشد

باشد درین صورت معادله $y'' - 2xy' + y = 0$ منطبق باشد و سری توانی بشرط زیر معتبر است.

$$y = c_0 + c_1(x-a) + c_2(x-a)^2 + \dots$$

حال اگر $a=0$ باشد نتیجه:

$$y = c_0 + c_1x + c_2x^2 + \dots$$

مثال: جواب معادله $y'' - 2xy' + y = 0$ را به صورت تکینیسی بدستوری توانی بخواهد.

$$\begin{cases} P_1(x) = 1 & f_1(x) = 1 \\ P_2(x) = x & f_2(x) = 2x \\ P_3(x) = 0 & f_3(x) = 0 \end{cases}$$

صفرگذشت نقطه معتبری است به جای آن بشرط سری توانی ناتیجه

$$y = \sum_{n=0}^{\infty} c_n x^n \Rightarrow y' = \sum_{n=1}^{\infty} n c_n x^{n-1}$$

و صفرگذشت از اصل اضطراری که نیم تدریجی معتبر نباشد

$$y = \sum_{n=0}^{\infty} n(n-1)c_n x^{n-2}$$

Subject:

Year. 200 Month. Day.

$$\rightarrow \sum_{n=r}^{\infty} n(n-1)C_n x^{n-r} - \sum_{n=1}^{\infty} n C_n x^n + \sum_{n=0}^{\infty} C_n x^n = 0$$

جزای آنکه سری هالاریست میگیرد برای مسأله متران از آنها ناکندریگری کود. در سری های اذل

$\frac{d}{dx} [(n+r)x^n] = n(n+r-1)x^{n-1}$ میگذرد. تا سری از $n=0$ شروع شود. در سری دوستم نیز چون آنرا برای

صفر شروع میگرد. کل سری صفری میگردی. تاثیرات سری را از نظر شروع و شروع پاک نمیکنم

$$\sum_{n+r=r}^{\infty} (n+r)(n+r-1)C_{n+r} x^{n+r-r} - \sum_{n=0}^{\infty} n C_n x^n + \sum_{n=0}^{\infty} C_n x^n = 0$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} (n+r)(n+r+1)C_{n+r} x^{n+r} - \sum_{n=0}^{\infty} n C_n x^n + \sum_{n=0}^{\infty} C_n x^n = 0$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} n x^n [(n+r)(n+r+1)C_{n+r} - n C_n + C_n] = 0$$

چون برای جزئیات مطالعه خواهی بخواهد میگذرد مدل صفر کشیده باشد

$$(n+r)(n+r+1)C_{n+r} - n C_n + C_n = 0 \quad (n+r)(n+r+1)C_{n+r} = (n-1)C_n$$

$$C_{n+r} = \frac{(n-1)C_n}{(n+r)(n+r+1)} \quad \text{فرمول ۲} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} n=0 \rightarrow C_r = \frac{(r-1)C_0}{(r+r)(r+r+1)} = \frac{-C_0}{r} \\ n=1 \rightarrow C_1 = 0 \\ n=r \rightarrow C_r = \frac{C_r}{r!} = \frac{C_r}{r^r} \\ n=\infty \rightarrow C_\infty = 0 \end{cases}$$

$$J = C_0 + C_1 x + C_2 x^2 + C_3 x^3 + C_4 x^4 + \dots$$

$$J = C_0 + C_1 x + \frac{C_0}{r} x^r + 0 - \frac{C_0}{r^r} x^r + 0 + \dots$$

$$J = C_0 \left(\underbrace{-\frac{1}{r} x^r - \frac{1}{r^r} x^r}_{\text{هم بخوبی}} + 1 + \dots \right) + C_1 x$$

Subject:

Year. 200 Month. Day.

محارله در اندر: هر معادله در برموده $(1-x)^r - 1 + j + m(m+1)g = 0$ را مداره لزانتری کرید

$f_1(x) = 1 \neq 0$ صفر نباشد

$$J = \sum_{n=0}^{\infty} c_n x^n \quad \text{و معملاه را ای جوابی بخواهیم}$$

$$J' = \sum_{n=1}^{\infty} n c_n x^{n-1} \quad , \quad J'' = \sum_{n=1}^{\infty} n(n-1) c_n x^{n-2}$$

حاصل دو معادله $J'' - 1 + m(m+1)g = 0$ را مداری کنیم. [روش دو معادله مداری کنیم]

$$(1-x) \sum_{n=1}^{\infty} n(n-1) c_n x^{n-2} - 1 + \sum_{n=1}^{\infty} n c_n x^{n-1} + 7 \sum_{n=0}^{\infty} c_n x^n = 0$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} n(n-1) c_n x^{n-2} - \sum_{n=1}^{\infty} n(n-1) c_n x^{n-1} - 1 + \sum_{n=1}^{\infty} n c_n x^n + 7 \sum_{n=0}^{\infty} c_n x^n = 0$$

تصویر اندیسی بخواهیم

$$\sum_{n=0}^{\infty} (n+r)(n+r+1) c_{n+r} x^n - \sum_{n=1}^{\infty} n(n-1) c_n x^n - 1 + \sum_{n=1}^{\infty} n c_n x^n + 7 \sum_{n=0}^{\infty} c_n x^n = 0$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} x^n [(n+r)(n+r+1) c_{n+r} - n(n-1) c_{n-1} - n c_n + 7 c_n] = 0$$

$$(n+r)(n+r+1) c_{n+r} - n(n-1) c_{n-1} - n c_n + 7 c_n = 0$$

$$c_{n+r} = \frac{n(n-1) + r(r+1)}{(n+r)(n+r+1)} c_n = \frac{n^2 + n - 1}{(n+r)(n+r+1)} c_n$$

$$\left\{ \begin{array}{l} n=0 \rightarrow c_r = \frac{-1}{r} c_0 = -1 c_0 \\ n=1 \rightarrow c_{r+1} = \frac{-1}{r+1} c_1 \end{array} \right.$$

$$n=r \rightarrow c_r = 0 \rightarrow c_r - c_0 = c_0 = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} n=1 \rightarrow c_1 = \frac{-1}{r+1} c_r \end{array} \right.$$

Subject:

Year, 200 Month, Day.

$$J = \sum_{n=0}^{\infty} c_n x^n = c_0 + c_1 x + c_2 x^2 + c_3 x^3 + \dots + c_n x^n$$

$$= c_0 + c_1 x + (-^r c_0 x^r) - \frac{r}{r!} c_1 x^r + \dots +$$

$$= c_0 (1 - ^r c_0 x^r) + c_1 (x - \frac{r}{r!} x^r + \dots)$$

چند جملہ اس تراویز

رسٹ خود بینوں (رسٹ توسیع یا نتسری کلٹر) : $J' + g(x) J' + h(x) J = 0$

J' نے طبقہ صفر راست قدر بنا یہم۔

$$J = x \sum_{n=0}^{\infty} c_n x^n \quad \text{جس کے طبقہ صفر کلٹر میں ماندے (بالآخر بھی)$$

$$J = x \sum_{n=0}^{\infty} c_n x^n \quad \text{کوئی ماندے (بالآخر بھی) } \rightarrow \text{ جس کے طبقہ صفر کلٹر میں ماندے (بالآخر بھی)}$$

(صفر پر نتے مقرر منظم)

$$\text{Ex: } x^r J' + g(x) J' + h(x) J = 0$$

$$\div x^r \rightarrow J' + \frac{g(x)}{x} J' + \frac{h(x)}{x^r} J = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} g(x) = g(0) + \frac{g'(0)}{1!} x + \frac{g''(0)}{2!} x^2 + \dots \\ h(x) = h(0) + \frac{h'(0)}{1!} x + \frac{h''(0)}{2!} x^2 + \dots \end{array} \right.$$

$$J = \sum_{n=0}^{\infty} c_n x^{n+r} \quad J' = \sum_{n=0}^{\infty} (n+r) c_n x^{n+r-1} \quad J'' = \sum_{n=0}^{\infty} (n+r)(n+r-1) c_n x^{n+r-2}$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} (n+r)(n+r-1) c_n x^{n+r} + \sum_{n=0}^{\infty} (n+r) c_n x^{n+r} \left[g(0) + \frac{g'(0)}{1!} x + \frac{g''(0)}{2!} x^2 + \dots \right]$$

$$+ \sum_{n=0}^{\infty} c_n x^{n+r} \left[h(0) + \frac{h'(0)}{1!} x + \frac{h''(0)}{2!} x^2 + \dots \right] = 0$$

حرن رام صدر نے اس خبر پر طاری کو صاف کیا۔

Subject:

Year. Month. Day.

$$n = \int r(n-1) \xi + r \xi g(\alpha) + \xi h(\alpha) = 0$$

$$r' - r + rg(\alpha) + h(\alpha) = 0$$

$$r' + (g(\alpha) - 1)r + h(\alpha) = 0$$

زیر لامبرت

حال اگر r و α معرفی شوند

$$\text{اگر } r_1 - r_2 \notin \mathbb{Z} \quad \left\{ \begin{array}{l} J_1 = \alpha \sum_{n=0}^{\infty} c_n x^n \\ J_2 = \alpha \sum_{n=0}^{\infty} d_n x^n \end{array} \right.$$

$$J_1 = \alpha \sum_{n=0}^{\infty} c_n x^n$$

$$r_1 r_2 = r_1 \rightarrow r_2 = \frac{1-g(\alpha)}{r} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} J_1 = x \sum_{n=0}^{\infty} c_n x^n \\ J_2 = J_1 \ln x + x \sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n \end{array} \right.$$

$$\text{اگر } r_1 - r_2 \in \mathbb{Z} \quad \left\{ \begin{array}{l} J_1 = \alpha \sum_{n=0}^{\infty} c_n x^n \\ J_2 = k J_1 \ln x + x \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n \end{array} \right.$$

$$J_2 = k J_1 \ln x + x \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$$

$$\boxed{J = \alpha J_1 + \beta J_2}$$

روابط بین اجزاء

$$\text{Ex: } f''x^2 + r(1-\alpha)x^1 - J = 0 \quad \Rightarrow \text{Fox تبدیل}$$

$$J + \frac{r-\alpha x}{rx} J' - \frac{1}{rx} J = 0 \rightarrow J + \frac{r(1-\alpha)}{rx} J' - \frac{1}{rx} J = 0$$

این α ، همچنان که گذشت، $f(x)$ را $g(x)$ و $h(x)$ نویسند، $g(x) =$

$$J'' + \frac{(1-\alpha)}{rx} J' - \frac{1}{rx} J = 0 \rightarrow J'' + \frac{1-\alpha}{r} \frac{J'}{x} - \frac{1}{rx} J = 0$$

$$g(x) = \frac{1-\alpha}{r} \quad h(x) = -\frac{1}{rx}$$

Subject:
Year, 200 Month:

سلامت و تعیل در فرج آقا امام زمان (عج) صلوات

$$r + \left(\frac{1}{r} - 1\right)r = 0 \quad , \quad h_{(0)} = \frac{1}{r} \quad , \quad r^t + (g_{(0)} - 1)r + h_{(0)} = 0$$

$$r + \left(\frac{1}{r} - 1\right)r = 0 \quad , \quad r - \frac{1}{r}r = 0 \quad , \quad r(r - \frac{1}{r}) = 0 \quad , \quad \begin{cases} r_1 = 0 \\ rr = \frac{1}{r} \end{cases} \quad r_1 - r_2 = 0 - \left(\frac{1}{r}\right) = \frac{1}{r} \neq 0$$

$$r_1 - r_2 = \frac{1}{r} \neq 0$$

$$\begin{cases} J_1 = \alpha \sum_{n=0}^{\infty} c_n \alpha^n = \alpha \sum_{n=0}^{\infty} c_n \alpha^n = \sum_{n=0}^{\infty} c_n \alpha^n \\ J_r = \alpha \sum_{n=0}^{\infty} c_n \alpha^n = \alpha \sum_{n=0}^{\infty} c_n \alpha^n \end{cases} \quad \left\{ \begin{array}{l} y = AJ_1 + BJ_r \\ y = A \sum_{n=0}^{\infty} c_n \alpha^n + B \sum_{n=0}^{\infty} c_n \alpha^n \end{array} \right.$$

$$EX_2: \quad \alpha J'' - \alpha J' + (\alpha^2 + 1)J = 0 \quad \xrightarrow{\text{استاد}} \quad J'' - \frac{\alpha}{\alpha^2} J' + \frac{\alpha^2 + 1}{\alpha^2} J = 0$$

$$J'' - \frac{1}{\alpha} J' + \frac{\alpha^2 + 1}{\alpha^2} J = 0 \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} g(\alpha) = -1 \\ h(\alpha) = \alpha^2 + 1 \end{cases} \quad \begin{cases} g(0) = -1 \\ h(0) = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow r^t + (g_{(0)} - 1)r + h_{(0)} = 0 \quad \xrightarrow{r^t + (-1 - 1)r + 1 = 0} \quad r^t - r + 1 = 0$$

$$r^t - r + 1 = 0 \quad (r - 1)^t = 0 \quad \Rightarrow \begin{cases} t = 1 \\ rr = 1 \end{cases} \quad \text{حالت زیر} \quad r_1 = r_2$$

$$\begin{cases} J_1 = \alpha \sum_{n=0}^{\infty} c_n \alpha^n \\ J_r = J_1 \ln \alpha + \alpha \sum_{n=1}^{\infty} c_n \alpha^n \end{cases} \quad \left\{ \begin{array}{l} y = AJ_1 + BJ_r \\ y = A \sum_{n=0}^{\infty} c_n \alpha^n + B \sum_{n=1}^{\infty} c_n \alpha^n \end{array} \right.$$

