

۱- در یک برنامه سفر شات با مصرف معین اطلاعات زیر در دست است:

طول افق برنامه ریزی - ۳۰ دوره  
موجودی در ابتدای افق - ۲۲۰ واحد

سرعت مصرف در فاصله دوره های صفر تا ۱۰ - ۲۰ واحد در هر دوره  
 $C_1 = 20 \times 10 = 200$

سرعت مصرف در فاصله دوره های ۱۰ تا ۲۰ - ۳۰ واحد در هر دوره  
 $C_2 = 30 \times 10 = 300$

سرعت مصرف در فاصله دوره های ۲۰ تا ۳۰ - ۲۰ واحد در هر دوره  
 $C_3 = 20 \times 10 = 200$

واحد هزینه نگهداری - ۱۰۰ واحد پول به ازای هر واحد در یک دوره

هر واحد هزینه کمبود - ۲۰۰ واحد پول به ازای هر واحد در یک دوره

در طول افق تنها در ابتدای دوره ۲۵ یک سفارش به مقدار ۴۸۰ واحد کالا دریافت می شود با رسم یک نمودار مناسب هزینه های نگهداری، مواجهه با کسری و جمع هزینه ها را حساب کنید.

پاسخ:

$T = 30$  دوره ،  $IP(0) = D(t_1) = 220$

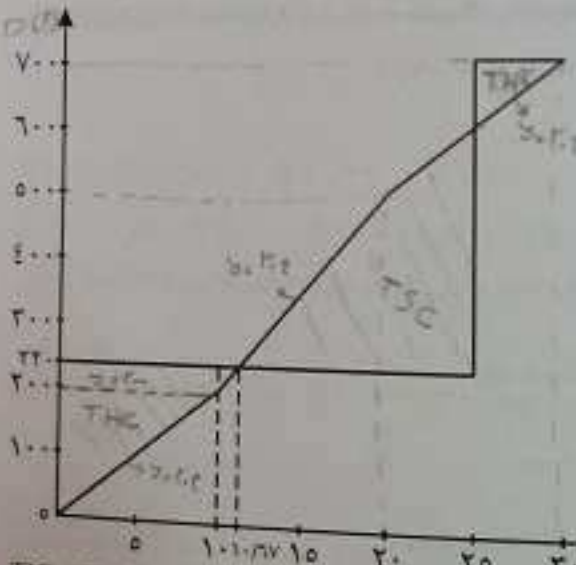
$d(0,10) = 20$  ،  $d(10,20) = 30$  ،  $d(20,30) = 20$

$h = 100$  ،  $S = 200$  ،  $Q(25) = 480$

$t_1 = \frac{IP(0)}{D(t_1)} = \frac{220}{20} = 11$

$D(t) = \sum_{i=1}^n C_i \cdot t_i$

$= 20 \times (10-0) + 30 \times (20-10) + 20 \times (30-20)$   
 $= 700$



Www.iepnu.ir



$TIC = THC(0,10) + THC(10,20) + TSC(10,20) + TSC(20,30) + THC(20,30)$

$TIC = 100 \int_0^{11} (220 - 20t) dt + 100 \int_{11}^{20} [220 - 200 - 20(t-10)] dt + 200 \int_{11}^{20} 220 + 20(t-10/10) dt$   
 $- 220 + 200 \int_{20}^{30} [200 + 20(t-20) - 220] dt + 100 \int_{20}^{30} [220 + 480 - 200 - 20(t-20)] dt$

$= 100(1100 + 10(46/7)) + 200(13(6/2)) + 200(1650) + 100(250) = 716910$

با محاسبه مساحت های محصور بین منحنی های مصرف و دریافت نیز می توان این مقدار را بدست آورد.

۲- در یک سیستم سفارشات با مصرف معین، اطلاعات زیر در دست است.  
هزینه هر بار سفارش - ۳۱/۲۵

واحد هزینه نگهداری - ۰/۱

مقدار موجودی در شروع افق - ۱۰۰

طول افق برنامه‌ریزی برابر با ۳۰ دوره است. سرعت‌های مصرف در ۱۰ دوره اول، دوم و سوم به ترتیب ۱۰، ۳۰، ۲۰ واحد کالا به ازای هر دوره هستند. واحدهای اعلام شده در مسئله با یکدیگر سازگارند.

تاریخ‌های مناسب هر سفارش و مقدار اقتصادی هر بار سفارش را در این سیستم حساب کنید.  
پاسخ:

$$h = 0.1, C = 31.25$$

$$IP(0) = D(t_1) = 100, T = 30$$

$$d(0,10) = 10, d(10,20) = 30, d(20,30) = 20$$

یا توجه به مقادیر مصرف در طول افق برنامه‌ریزی، مقدار کل مصرف را در طول ۳۰ دوره بدست می‌آوریم:

$$D(T) = 1 \cdot (10 - 0) + 3 \cdot (20 - 10) + 2 \cdot (30 - 20) = 100 + 300 + 200 = 600$$

طبق الگوریتم ارائه شده به ترتیب زیر محاسبات را انجام می‌دهیم:

$$t_1 = \frac{D(t_1)}{d(0, t_1)} = \frac{100}{10} = 10$$

$$\bar{d} = \frac{D(T) - D(t_1)}{T - t_1} = \frac{600 - 100}{30 - 10} = 25$$

$$n = (T - t_1) \sqrt{\frac{h \cdot \bar{d}}{rC}} = (30 - 10) \times \sqrt{\frac{0.1 \times 25}{2 \times 31.25}} = 8$$

$$D(t_2) = D(t_1) + \frac{D(T) - D(t_1)}{n} = 100 + \frac{600 - 100}{8} = 225$$

$$t_2 = t_1 + \frac{D(t_2) - D(t_1)}{d(t_1, t_2)} = 10 + \frac{225 - 100}{30} = 14.167$$

$$D(t_3) = D(t_2) + d(t_2)(t_3 - t_2) = 225 + 30(14.167 - 10) = 350$$

چون مقدار  $t_2 = 14.167$  در بازه  $(10, 20)$  قرار دارد و  $d(10, 20) = 30$  می‌باشد، بنابراین

$$d(t_2) = 14.167$$

$$t_3 = t_2 + \frac{D(t_3) - D(t_2)}{d(t_2)} = 14.167 + \frac{350 - 225}{20} = 18.25$$

$$D(t_4) = D(t_3) + d(t_3)(t_4 - t_3) = 350 + 20(18.25 - 14.167) = 475$$

$$t_4 = t_3 + \frac{D(t_4) - D(t_3)}{d(t_3)} = 18.25 + \frac{475 - 350}{30} = 22.5$$

سازمان تاریخهای مناسب هر سفارش عبارتند از:  $t_1 = 10$  و  $t_2 = 11/167$  و  $t_3 = 18/22$  و  $t_4 = 22/1$  حال مقدار اقتصادی هر بار سفارش را بدست می آوریم:

$$Q_0 = D(t_{n+1}) - D(t_n)$$

$$Q_1 = D(t_2) - D(t_1) = 220 - 100 = 120$$

$$Q_2 = D(t_3) - D(t_2) = 220 - 220 = 0$$

$$Q_2 = D(t_1) - D(t_2) = 270 - 200 = 70$$

$$Q_3 = D(T) - D(t_1) = 600 - 170 = 430$$

در یک سیستم سفارشات مستمر با مصارف معین داریم:

برجودی در شروع افق - 500 واحد کالا

واحد هزینه نگهداری - 0/22 واحد پول به ازای هر واحد کالا در یک واحد زمان

بزینه هر بار سفارش دهی (آماده سازی) - 160 واحد پول

طول افق برنامه ریزی 35 واحد زمان و سرعت های مصرف در فاصله زمانی صفر تا 12 برابر با 50 در فاصله زمانی 12 تا 25 برابر با 25 در فاصله زمانی 25 تا 35 برابر با 57/5 واحد کالا در واحد زمان است

با کاربرد الگوریتم ارائه شده در این فصل، تعداد مناسب سفارشات و تاریخ های سفارش های اول تا سوم و مقادیر سفارشات اول و دوم را حساب کنید (در صورت تمایل می توانید مسئله را با دستیابی به تاریخ های کلیه سفارشات و مقادیر هر بار سفارش ادامه دهید).

پاسخ:

$$IP(\cdot) = D(t_1) = 200, \quad h = 0/22, \quad C = 160$$

$$T = 35, \quad d(\cdot, 12) = 50, \quad d(12, 25) = 25, \quad d(25, 35) = 57/5$$

با توجه به مقادیر مصرف در طول افق برنامه ریزی، ابتدا مقدار کل مصرف را در طول 35 واحد زمان جست می آوریم:

$$D(T) = 200 + 50(12 - 0) + 25(25 - 12) + 57/5(35 - 25) = 600$$

$$t_1 = \frac{D(t_1)}{d(\cdot, t_1)} = \frac{200}{50} = 4$$

$$\bar{d} = \frac{D(T) - D(t_1)}{T - t_1} = \frac{600 - 200}{35 - 4} = 12$$

$$n = (T - t_1) \sqrt{\frac{h \cdot \bar{d}}{2C}} = (35 - 4) \sqrt{\frac{0/22 \times 12}{2 \times 160}} = 5$$

$$D(t_2) = D(t_1) + \frac{D(T) - D(t_1)}{n} = 200 + \frac{600 - 200}{5} = 280$$

$$t_2 = t_1 + \frac{D(t_2) - D(t_1)}{d(t_1, t_2)} = 4 + \frac{280 - 200}{50} = 5.6$$

$$D(t_3) = D(t_2) + d(t_2, t_3)(t_3 - t_2) = 280 + 25(1) = 305$$

Www.iepnu.ir



$$t_6 = t_5 + \frac{D(t_5) - D(t_4)}{d(t_4)} = 11 + \frac{800 - 700}{20} = 16$$

با توجه به اینکه  $t_4 = 11$  در فاصله زمانی  $(11, 20)$  قرار دارد  $d(11, 20) = 20$  بنابراین  $d(t_4) = 20$  می باشد.

$$D(t_4) = D(t_3) + d(t_3)(t_4 - t_3) = 800 + 20(16 - 11) = 900$$

$$t_5 = t_4 + \frac{D(t_4) - D(t_3)}{d(t_3)} = 16 + \frac{900 - 800}{20} = 21$$

$$D(t_5) = D(t_4) + d(t_4)(t_5 - t_4) = 900 + 20(21 - 16) = 1000$$

$$t_6 = t_5 + \frac{D(t_5) - D(t_4)}{d(t_4)} = 21 + \frac{1000 - 900}{20} = 26$$

بنابراین تاریخهای مناسب هر 5 بار سفارش عبارتند از:

$$t_1 = 10, t_2 = 11, t_3 = 16, t_4 = 21, t_5 = 26$$

حال مقادیر هر بار سفارش را بدست می آوریم:

$$Q_0 = D(t_{n+1}) - D(t_n)$$

$$Q_1 = D(t_1) - D(t_0) = 700 - 500 = 200$$

$$Q_2 = D(t_2) - D(t_1) = 800 - 700 = 100$$

$$Q_3 = D(t_3) - D(t_2) = 900 - 800 = 100$$

$$Q_4 = D(t_4) - D(t_3) = 1000 - 900 = 100$$

$$Q_5 = D(T) - D(t_5) = 1000 - 1000 = 0$$

۴- مصرف یک نوع ماده شیمیایی در یک کارخانه تولید الیاف مصنوعی در ۳۰ هفته افق برنامه ریزی دارای سرعت ثابت ۶۰ لیتر در هفته می باشد. هزینه هر بار سفارش دهی این ماده ۱۰ واحد پول و هزینه نگهداری آن در انبار مواد اولیه ۰/۱ واحد پول به ازای هر لیتر در هفته می باشد. در شروع افق برنامه ریزی ۱۰۰ لیتر از این ماده در انبار موجود است.

مقادیر و تاریخ های مناسب سفارش دهی این ماده شیمیایی را برای ۳۰ هفته افق برنامه ریزی به نحوی که در پایان افق مقدار موجودی صفر باشد و در هیچ موقعیتی با کمبود مواجه نشوند محاسبه کنید.

پاسخ:

$$T = 30 \text{ هفته} \quad d(t) = 60 \text{ لیتر در هفته}$$

$$C = 10, h = 0.1, IP(0) = D(t_0) = 100 \text{ لیتر}$$

ابتدا مقدار کل مصرف را در طول ۳۰ هفته افق برنامه ریزی بدست می آوریم:

$$D(T) = 60 \times 30 = 1800$$



حال طبق الگوریتم محاسبات زیر را برای بدست آوردن مقادیر و تاریخهای مناسب سفارش یعنی انجام می دهیم

Www.iepnu.ir

$$t_1 = \frac{D(t_1)}{d(t_1, t_1)} = \frac{100}{1/67} = 1/67$$

$$\bar{d} = \frac{D(T) - D(t_1)}{T - t_1} = \frac{2200 - 100}{2200 - 1/67} = 10$$

$$n = (T - t_1) \sqrt{\frac{\bar{h} \bar{d}}{rC}} = (2200 - 1/67) \sqrt{\frac{1/67 \times 10}{2 \times 10}} = 21$$

$$D(t_2) = D(t_1) + \frac{D(T) - D(t_1)}{n} = 100 + \frac{2200 - 100}{21} = 209/02$$

$$t_2 = t_1 + \frac{D(t_2) - D(t_1)}{d(t_1, t_2)} = 1/67 + \frac{209/02 - 100}{10} = 2/5$$

$$D(t_3) = D(t_2) + d(t_2)(t_3 - t_2) = 209/02 + 10(2/5 - 1/67) = 319/22$$

$$t_3 = t_2 + \frac{D(t_3) - D(t_2)}{d(t_2)} = 2/5 + \frac{319/22 - 209/02}{10} = 5/22$$

$$D(t_4) = D(t_3) + d(t_3)(t_4 - t_3) = 319/22 + 10(5/22 - 2/5) = 429/12$$

$$t_4 = t_3 + \frac{D(t_4) - D(t_3)}{d(t_3)} = 5/22 + \frac{429/12 - 319/22}{10} = 7/16$$

با انجام محاسبات به یک روند ثابت خواهیم رسید زیرا:

$$t_2 - t_1 = 2/5 - 1/67 = 1/82$$

$$t_3 - t_2 = 5/22 - 2/5 = 1/82$$

$$t_4 - t_3 = 7/16 - 5/22 = 1/82 \dots$$

بنابراین تاریخهای سفارشات تا سفارش (۲) تشکیل یک تصاعد حسابی با قدرنسبت  $d = 1/82$  را می دهد بنابراین با توجه به جمله عمومی در یک تصاعد حسابی می توان مقادیر مختلف  $t$  را تا  $t_{21}$  از رابطه زیر بدست آورد:

$$t_{21} = 1/67 + (21-1) \times 1/82 = 38/27$$

بنابراین عبارت است از: حال مقادیر هر بار سفارش را بدست می آوریم:

$$Q_n = D(t_{n+1}) - D(t_n)$$

$$Q_1 = D_2 - D_1 = 209/02 - 100 = 109/02$$

$$Q_2 = D_3 - D_2 = 319/22 - 209/02 = 109/8$$

$$Q_3 = D_4 - D_3 = 429/12 - 319/22 = 109/8$$

$$Q_4 = D_5 - D_4 = 538/92 - 429/12 = 109/8$$

با ادامه محاسبات می توان نتیجه گرفت که مقدار هر بار سفارش حدوداً  $109/8$  لیتر است

۵- در مسئله ۴ با توجه به اطلاعات موجود و محاسبات انجام شده:

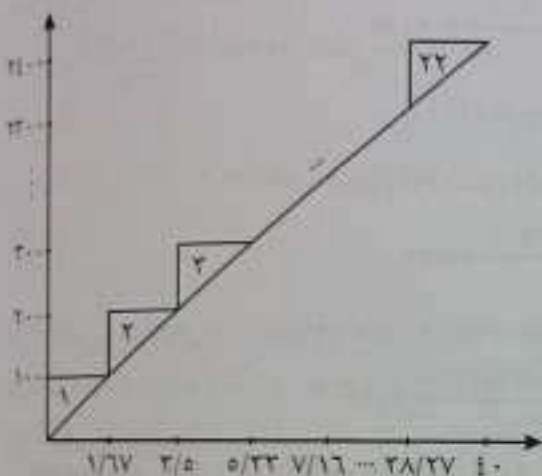
الف) جمع هزینه‌های نگهداری کالا در طول افق برنامه‌ریزی

ب) جمع هزینه‌های سفارش‌دهی در طول افق برنامه‌ریزی

ج) جمع هزینه موجودی‌ها در طول افق برنامه‌ریزی را محاسبه کنید.

پاسخ:

الف) با رسم شکل و محاسبه بین سطوح منحنی‌های مصرف دریافت می‌توان هزینه نگهداری را بدست آورد.



Www.iepnu.ir



$$S = S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_{10}$$

با توجه به ثابت بودن فاصله بین تاریخهای سفارشات و مقادیر سفارش، مساحت‌های  $S_1$  تا  $S_{10}$  با هم برابرند و خواهیم داشت:

$$S = \frac{1 \times 1/17}{2} + 10 \left( \frac{1 \times 9/8 \times 1/17}{2} \right) = 219/2$$

بنابراین جمع هزینه‌های نگهداری برابر است با:

$$THC = hS = 1 \times 219/2 = 219/2$$

$$TOC = Ch = 1 \times 21 = 21$$

ب) جمع هزینه‌های سفارش‌دهی برابر است با:

ج) بنابراین جمع هزینه موجودی‌ها در طول افق برنامه‌ریزی برابر است با:

$$TC = THC + TOC = 219/2 + 21 = 429/2$$

۶- در یک افق برنامه‌ریزی شامل ۱۰ دوره، مقدار موجودی در شروع دوره برابر با ۱۲ واحد است و هر دوره سرعت‌های مصرف در فاصله زمانی بین تاریخ‌های صفر تا ۵ برابر با ۴ واحد کالا به ازای هر دوره و فاصله زمانی بین تاریخ‌های ۵ تا ۱۰ برابر با ۶ واحد کالا به ازای هر دوره می‌باشد و هزینه نگهداری کالا در انبار ۴۵ واحد پول به ازای هر واحد کالا در یک دوره و هزینه هر بار آماده‌سازی تولید برای تولید این کالا برابر با ۱۰۰۰ واحد پول است.

مناسب‌ترین تاریخ‌ها و مقادیر تولید این کالا را در طول ۱۰ دوره افق برنامه‌ریزی تعیین و هزینه‌های نگهداری و آماده‌سازی مرتبط با برنامه را محاسبه نمایید.

پاسخ:

$$T = 10, \quad IP(0) = D(t_0) = 12$$

$$d(0,2) = 1, \quad d(0,10) = 6$$

$$h = 60, \quad C = 1000$$

ابتدا مقدار مصرف کل در طول افق برنامه‌ریزی را بدست می‌آوریم:

$$D(T) = 1(2-0) + 6(10-0) = 60$$

حال با استفاده از الگوریتم موجود، مقادیر و تاریخهای مناسب سفارشات را بدست می‌آوریم:

$$t_1 = \frac{D(t_0)}{d(0,t_1)} = \frac{12}{4} = 3$$

$$\bar{d} = \frac{D(T) - D(t_1)}{T - t_1} = \frac{60 - 12}{10 - 3} = 6.857$$

$$n = (T - t_1) \sqrt{\frac{h \bar{d}}{rC}} = (10 - 3) \sqrt{\frac{60 \times 6.857}{3 \times 1000}} = 3$$

$$D(t_2) = D(t_1) + \frac{D(T) - D(t_1)}{n} = 12 + \frac{60 - 12}{3} = 28/66$$

$$t_2 - t_1 + \frac{D(t_2) - D(t_1)}{d(t_2, t_1)} = 3 + \frac{28/66 - 12}{4} = 6/66$$

$$D(t_2) = D(t_1) + d(t_2)(t_2 - t_1) = 28/66 + 6(6/66 - 3) = 43/66$$

$$t_2 = t_1 + \frac{D(t_2) - D(t_1)}{d(t_2)} = 6/66 + \frac{43/66 - 28/66}{3} = 9/32$$

بنابراین تاریخهای مناسب سفارشات عبارتند از:

$$t_1 = 3, \quad t_2 = 6/66, \quad t_3 = 9/32$$

حال مقادیر سفارشات را بدست می‌آوریم:

$$Q_0 = D(t_{n+1}) - D(t_n)$$

$$Q_1 = D(t_2) - D(t_1) = 28/66 - 12 = 12/66$$

$$Q_2 = D(t_3) - D(t_2) = 43/66 - 28/66 = 15/66$$

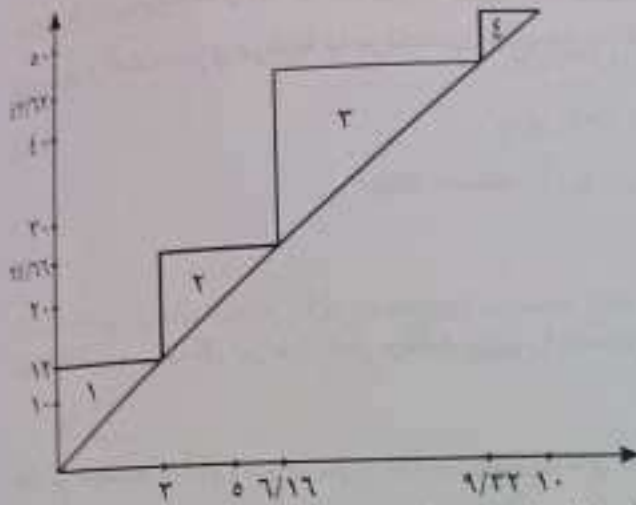
$$Q_3 = D(T) - D(t_3) = 60 - 43/66 = 6/32$$

حال با رسم شکل جمع هزینه‌های نگهداری را بدست می‌آوریم:

www.iepnu.ir



Www.iepnu.ir



ابتدا خط مصرف در فاصله  $(0,0)$  با شیب  $d(0,0) = 4$  را رسم می‌کنیم:

$$D = 4t$$

سپس خط مصرف را در فاصله  $(0,10)$  با شیب  $d(0,10) = 6$  رسم می‌کنیم:

$$D - 20 = 6(1 - 0)$$

$$\Rightarrow D = 26$$

با جمع مساحت‌های  $S_1, S_2, S_3, S_4$  می‌توانیم مساحت محصور بین منحنی‌های مصرف و دریافت را بدست آوریم:

$$S = S_1 + S_2 + S_3 + S_4 = \text{جمع مساحت محصور بین منحنی‌های مصرف و دریافت}$$

$$\Rightarrow S = \frac{2 \times 12}{2} + \frac{2/16 \times 12/16}{2} + \frac{2/16 \times 18/16}{2} + \frac{0/16 \times 6/28}{2} = 64/12$$

$$THC = h \times S = 75 \times 64/12 = 4168/40$$

$$TOC = nC = 2 \times 1000 = 2000$$

سلامتی و تحمیل در فرج آقا امام زمان (عج) صلوات