

۱- در یک سیستم سفارشات مستمر با مصرف احتمالی، سیاست سفارشات  $(OP, Q)$  اجرا می‌شود. در این سیستم حدود ۳۰ درصد از تقاضای پس افت قابل جبران بوده و تیز اطلاعات زیر در دست است:

- متوسط موجودی مثبت در لحظه قبل از دریافت سفارش: ۱۲۰ واحد
- نقطه سفارش: ۵۰۰ واحد
- متوسط مقدار مصرف در فاصله زمانی تحویل: ۱۰۰ واحد
- متوسط مصرف سالانه: ۳۰۰۰ واحد
- مقدار هر بار سفارش: ۱۵۰۰ واحد
- هزینه هر بار سفارش: ۲۸۰۰ واحد پول
- واحد هزینه نگهداری: ۱۰ واحد پول به ازای هر واحد کالا در سال
- واحد هزینه مواجهه با کمتری: ۲۵۰ واحد پول به ازای هر واحد کالا
- قیمت خرید واحد کالا و قیمت فروش واحد کالا به ترتیب: ۵۰ واحد پول و ۵۵ واحد پول
- الف) با استفاده از نمادهای مناسب، مدل هزینه کل موجودی‌ها (تابع  $TIC$ ) را به دست آورید
- ب) با کاربرد مقادیر داده شده در مسئله، هزینه‌های سالانه نگهداری، مواجهه با کمبود و سفارش‌دهی و در نتیجه هزینه کل موجودی‌ها در سال را حساب کنید.

پاسخ:

$$u = 0.70, \quad k(op) = 120$$

$$op = 500, \quad \bar{D}.L = 100, \quad \bar{D} = 3000$$

$$Q = 1500, \quad C = 2800, \quad h = 10, \quad s = 250$$

$$a = 0.30, \quad u' = 55$$

الف)  $TIC = TOC + THC + TSC = C \cdot \frac{\bar{D}}{Q} + h \left\{ k(op) + \frac{1}{\gamma} [Q - a \cdot v(op)] \right\} + \frac{\bar{D}}{Q} v(op) [s' + (1-a)(u' - u)]$

ب)  $THC = h \left\{ k(op) + \frac{1}{\gamma} [Q - a \cdot v(op)] \right\}$

$$k(op) = op - \bar{D}.L + v(op)$$

$$120 = 500 - 100 + v(op) \Rightarrow v(op) = 20$$

$$THC = 10 \left\{ 120 + \frac{1}{\gamma} [1500 - 0.3 \times 20] \right\} = 870$$

$$TSC = \frac{\bar{D}}{Q} v(op) [s' + (1-a)(u' - u)]$$

www.iepnu.ir



$$s = s' + (u - u') \Rightarrow 200 = s' + (00 - 00) \Rightarrow s' = 200$$

$$TSC = \frac{200}{1000} \times 20 \left[ 2000 + 0.7 \times (00 - 00) \right] = 990$$

$$TOC = C \cdot \frac{\bar{D}}{Q} = 2800 \times \frac{200}{1000} = 560$$

$$TIC = THC + TSC + TOC = 870 + 990 + 560 = 2420$$

۲. تابع توزیع مصرف در فاصله زمانی تحویل برای یک کالا مطابق شکل ۶-۱۰ است.

شکل ۶-۱۰ تابع توزیع مصرف مربوط به مسئله ۲

در عین حال داریم:

واحد هزینه مواجهه با کمبود = ۱۵۰۰ ریال به ازای هر واحد

مقدار هر بار سفارش = ۲۰ واحد

واحد هزینه نگهداری = ۱۰۰۰ ریال به ازای هر واحد در سال

مقدار مصرف سالیانه = ۲۰۰ واحد

با توجه به ناچیز بودن هزینه‌های هر بار سفارش، سیاست انتخاب شده عبارت از ذخیره پایه (Base Stock) می‌باشد. در این سیاست نقطه اقتصادی ذخیره پایه (OP) را حساب کنید.

پاسخ:

$$s = 1000, Q = 20, h = 1000, \bar{D} = 200$$

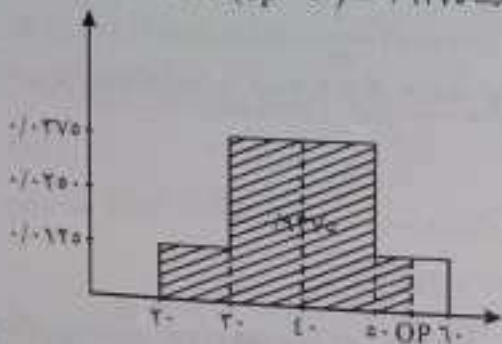
$$F(op) = \frac{s \cdot \bar{D}}{h \cdot Q + s \cdot \bar{D}} = \frac{1000 \times 200}{1000 \times 20 + 1000 \times 200} = 0.9275$$

با توجه به شکلی تابع توزیع مصرف در فاصله زمانی تحویل، و اینکه

مقدار نقطه OP باید در فاصله ۵۰ تا ۶۰ قرار بگیرد زیرا مساحت زیر منحنی تا نقطه OP برابر ۰.۹۲۷۵ است که خیلی به یک نزدیک می‌باشد بنابراین داریم:

$$0.9275 = 0.120(20 - 20) + 0.275 \times (50 - 20) + 0.125(OP - 50)$$

$$\Rightarrow 0.875 + 0.125(OP - 50) = 0.9275 \Rightarrow OP = 50$$



Www.iepnu.ir



۳- در یک سیستم سفارشات مستمر با تقاضای احتمالی در شرایطی که کل تقاضای به تعویق افتاده (پس افت) جبران می‌شود، تابع چگالی مصرف در فاصله زمانی تحویل قابل تقریب به یک تابع توزیع یکنواخت مطابق شکل ۷-۱۰ است.

شکل ۷-۱۰ تابع توزیع مصرف در فاصله زمانی تحویل مسئله ۳ داریم:

$$s' = 28, L = 1, \bar{D} = 10, C = 100, h = -1/8$$

با کاربرد الگوریتم ارائه شده در این فصل، مقدار اقتصادی هر بار سفارش ( $Q$ ) و نقطه مناسب سفارش ( $OP$ ) را در سیستم  $(OP, Q)$  حساب کنید.

(یادداشت: در این مسئله به ترتیب مقادیر  $Q_0, OP_0, Q_1$  را به دست آورده و متوقف شوید پاسخ:

$$s' = 28, L = 1, \bar{D} = 10, C = 100, h = -1/8$$

Www.iepnu.ir

با توجه به الگوریتم ارائه شده ابتدا مقدار اولیه  $v(OP) = 0$  قرار داده و مقدار  $Q_0$  را از رابطه زیر به دست می‌آوریم:

$$Q_0 = \sqrt{\frac{2CD}{h}} = \sqrt{\frac{2 \times 100 \times 10}{-1/8}} = 20$$

چون در این مدل کل تقاضای پس افت جبران می‌شود، مقدار  $a = 1$  و  $F(OP_0)$  از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$F(OP_0) = \frac{s' \frac{\bar{D}}{Q} - \frac{h}{2}}{s' \frac{\bar{D}}{Q} + \frac{h}{2}} = \frac{28 \times \frac{10}{20} - \frac{-1/8}{2}}{28 \times \frac{10}{20} + \frac{-1/8}{2}} = -1/9$$

با توجه به شکل تابع مصرف که به تابع توزیع یکنواخت نزدیک است مقدار  $OP_1$  را بدست می‌آوریم  $(OP_1 - 20) \times -1/9 = -1/9 \Rightarrow OP_1 = 14$

$$v(OP_1) = v(14) = \int_{14}^{20} (r - 14) \times f(r) dr$$

تابع توزیع یکنواخت با توجه به شکل عبارت است از:  $f(r) = \frac{1}{10 - 0}$

$$v(OP_1) = \int_{14}^{20} (r - 14) \times \frac{1}{10} dr = -1/9$$

$$Q_1 = \sqrt{\frac{2[C - s'v(OP_1)]\bar{D}}{h}} = \sqrt{\frac{2(100 - 28 \times -1/9) \times 10}{-1/8}} = 20.17$$

بنابراین مقدار  $Q_0 = 20, Q_1 = 20.17$  و  $OP_1 = 14$

۴- در یک سیستم سفارشات مستقر به مصرف احتمالی تابع توزیع مصرف در فاصله زمانی تحویل نزدیک و قابل تقریب به تابع چگالی مثلثی مطابق شکل ۸-۱۰ است.  
 شکل ۸-۱۰ تابع توزیع مصرف در فاصله زمانی تحویل مسئله ۲  
 یک واحد زمان (سال) برابر با ۳۶۰ روز فرض می شود و فاصله زمانی تحویل ۲۸ روز است. در این سیستم تقاضای پس افت کلاً جبران می شود هزینه سفارشات به ازای هر بار سفارش ۲۰۰ واحد پول و واحد هزینه نگهداری به ازای هر واحد کالا در سال ۶ واحد پول است. هزینه مواجهه با کمبود هر فروشنده شماره ۱- اگر هر بار ۱۰۰۰ واحد سفارش شود، قیمت واحد محصول ۱۰ واحد پول منظور می شود.

فروشنده شماره ۲- اگر هر بار ۱۲۰۶/۹ واحد سفارش شود، قیمت واحد محصول ۹ ریال منظور می شود.

با محاسبه جمع هزینه سالیانه، شامل هزینه های نگهداری، سفارش دهی، مواجهه با کمبود و قیمت خرید کالا در دو پیشنهاد فوق، مشخص نمایید کدام فروشنده مقرون به صرفه است؟  
 یادداشت: در مرحله اول ثابت کنید که متوسط مقدار میانگین مصرف در فاصله زمانی تحویل برابر با  $\frac{r_0}{3}$  واحد کالا و میانگین مصرف در واحد زمان (سال) برابر با ۵۰ واحد کالا است. برای حل مسئله به فرمول های  $k(OP)$  و  $v(OP)$  که در قسمت مربوط به مدل عمومی ارائه شدند نیز احتیاج خواهید داشت.  
 پاسخ:

$$L = 18 \text{ روز} \quad , \quad a = 1 \quad , \quad C = 200$$

$$h = 6 \quad , \quad s = 1000$$

$$\bar{DL} = \int_0^{\infty} r f(r) dr = \int_0^{\infty} r (-1/36) dr = \int_0^{\infty} -1/36 r dr = \frac{r_0}{3}$$

Www.iepnu.ir

$$\bar{DL} = \frac{r_0}{3} \Rightarrow \bar{D} \times 18 = \frac{r_0}{3} \Rightarrow \bar{D} = \frac{0}{36}$$

$$\Rightarrow \text{مقدار مصرف روزانه} = \frac{0}{36} \times 360 = 0$$

فروشنده ۱- اگر هر بار ۱۰۰۰ واحد سفارش شود، قیمت واحد محصول ۱۰ واحد پول منظور می شود.  
 $Q = 1000$

همان قیمت هر واحد محصول تابع مقدار سفارش است بنابراین هزینه خرید مواد  $TMC = \bar{D} \cdot u$  به تابع هزینه کل اضافه می شود:

$$TIC = C \frac{\bar{D}}{Q} + h \left\{ k(OP) + \frac{1}{3} [Q - v(OP)] \right\} + \frac{\bar{D}}{Q} v(OP) s' + \bar{D} \cdot u$$



ابتدا نقطه سفارش را با توجه به اینکه تقاضای پس افت کلاً جبران می شود ( $a = 1$ ) بدست می آوریم

$$F(op) = \frac{s' \frac{\bar{D}}{Q} - \frac{h}{r}}{s' \frac{\bar{D}}{Q} + \frac{h}{r}} = \frac{100 \times \frac{50}{1000} - \frac{1}{2}}{100 \times \frac{50}{1000} + \frac{1}{2}} = 0.20$$

$$F(op) = \int_{op}^{\infty} f(r) dr = \int_{op}^{\infty} 0.2r dr = 0.1r \Rightarrow 0.1 \times op^2 = 0.1r \Rightarrow op^2 = r \Rightarrow op = 0$$

$$v(op) = \int_{op}^{\infty} (r - op) f(r) dr = \int_0^{\infty} (r - 0)(0.2r) dr = 2/0.8$$

$$k(op) = op - \bar{D}.L + v(op) = 0 - \frac{50}{2} + 2/0.8 = 0.166$$

$$TIC = 100 \times \frac{50}{1000} + 1 \left\{ 0.166 + \frac{1}{2} [1000 - 2/0.8] \right\} + \frac{50}{1000} (2/0.8 \times 1000 + 50 \times 1) = 3.16/6 + 500 = 303.16/6$$

فروشنده ۲- اگر هر بار ۱۲۰۶/۹ واحد سفارش شود، قیمت واحد محصول ۹ ریال منظور می شود

$$Q = 12.6/9$$

$$F(op) = \frac{s' \frac{\bar{D}}{Q} - \frac{h}{r}}{s' \frac{\bar{D}}{Q} + \frac{h}{r}} = \frac{100 \times \frac{50}{12.6/9} - \frac{1}{2}}{100 \times \frac{50}{12.6/9} + \frac{1}{2}} = 0.16$$

www.iepnu.ir

$$F(op) = \int_{op}^{\infty} f(r) dr = \int_{op}^{\infty} 0.16r dr = 0.08r \Rightarrow 0.08 \times op^2 = 0.08r \Rightarrow op^2 = r \Rightarrow op = 1$$

$$k(op) = \int_{op}^{\infty} (op - r) f(r) dr = \int_0^{\infty} (1 - r)(0.16r) dr = 0.16/2$$

$$v(op) = k(op) - op + \bar{D}.L = -0.16/2 - 1 + \frac{50}{2} = 2/0.8$$

$$TIC = 100 \times \frac{50}{12.6/9} + 1 \left\{ 0.16/2 + \frac{1}{2} [12.6/9 - 2/0.8] \right\} + \frac{50}{12.6/9} (2/0.8 \times 1000 + 50 \times 9) = 40.83/0$$

با توجه به مقادیر هزینه بدست آمده مقدار سفارش  $Q = 1000$  به صرفه تر است زیرا جمع هزینه سلیانه آن کمتر می باشد.

۵- در یک نظام سفارشات مستمر با مصرف احتمالی در شرایطی که کل تقاضای پس افت جبران می شود، اطلاعات زیر در دست است:

- متوسط مقدار مصرف در واحد زمان = ۲۰
- هزینه هر بار سفارش = ۲۰
- واحد هزینه نگهداری = ۲
- واحد هزینه مواجهه با کمتری = ۵
- فاصله زمانی تحویل = ۸

مسئله (نقطه سفارش)، با تقاضای احتمالی

صرف در فاصله زمانی تحویل دارای تابع توزیع نرمال با انحراف معیار  $\sigma = 12$  است. با توجه به اطلاعات داده شده مقادیر بهینه  $OP$  و  $Q$  (نقطه سفارش و مقدار سفارش) را به دست آورید. (واحدها را یکدیگر سازگار هستند)

پاسخ:

$$\bar{D} = 20, C = 20, L = 8$$

$$h = 2, s = 0, a = 1, \delta = 12, \mu = 20 \times 8 = 160$$

$$f(r) = N(160, 12)$$

$$Q_0 = \sqrt{\frac{rCD}{h}} = \sqrt{\frac{2 \times 20 \times 20}{2}} = 20$$

$$F(op_0) = \frac{s' \frac{\bar{D}}{Q} - \frac{h}{r}}{s' \frac{\bar{D}}{Q} + \frac{h}{r}} = \frac{0 \times \frac{20}{20} - \frac{2}{20}}{0 \times \frac{20}{20} + \frac{2}{20}} = -1/10 \Rightarrow z = -1/10$$

$$op_0 = \mu + z\delta \Rightarrow op_0 = 160 + (-1/10) \times 12 = 158.8$$

$$v(op_0) = \delta l(y), y = \frac{op_0 - \mu}{\delta} = z = -1/10$$

$$\Rightarrow l(-1/10) = -1/227$$

$$v(op_0) = \delta l(-1/10) = 12 \times (-1/227) = -1/19$$

$$Q_1 = \sqrt{\frac{r[C + s'v(op_0)]\bar{D}}{h}} = \sqrt{\frac{2[20 + 0 \times (-1/19)] \times 20}{2}} = 20$$

$$\frac{Q_1 - Q_0}{Q_0} = \frac{20 - 20}{20} = 0/227 < 1/2$$

$$F(op_1) = \frac{s' \frac{\bar{D}}{Q} - \frac{h}{r}}{s' \frac{\bar{D}}{Q} + \frac{h}{r}} = \frac{0 \times \frac{20}{20} - 1}{0 \times \frac{20}{20} + 1} = -1/227$$

$$\Rightarrow z = -1/227$$

$$op_1 = \mu + z\delta = 160 + (-1/227) \times 12 = 159.47$$

$$v(op_1) = \delta l(y) = \delta l(-1/227) = 12 \times (-1/227) = -1/19$$

$$Q_2 = \sqrt{\frac{r[20 + 0 \times (-1/19)] \times 20}{2}} = 20/2$$

$$\frac{Q_2 - Q_0}{Q_0} = \frac{20/2 - 20}{20} = -1/2 < 1/2$$

www.iepnu.ir

ماترین محاسبات و برنامه من دهیم



$$f(op_1) = \frac{z \times \frac{20}{27/5} - 1}{\frac{20}{27/5} + 1} = -0.87V \Rightarrow z = -0.97$$

بنابراین محاسبات را ادامه می‌دهیم:

$$op_1 = 170 + (-0.97) \times 12 = 162.84$$

$$f(op_1) = \delta l(y) = \delta l(-0.97) = 12 \times -0.97 \times 12 = 2.88$$

$$Q_1 = \sqrt{\frac{2 \left[ 20 + z \times \frac{2}{12} \right] \times 20}{2}} = 28$$

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{28 - 27/5}{27/5} = -0.18 < -0.2$$

بنابراین مقدار بهینه نقطه سفارش  $op = 162$  و مقدار بهینه سفارش  $Q = 28$  می‌باشد.

۶- در یک نظام سفارشات مستمر یا مصرف احتمالی که در آن تقاضای پس افت کلاً جبران می‌شود هزینه‌های هر بار سفارش ۹۰۰ واحد پول است. اطلاعات زیر نیز موجود است:

واحد هزینه مواجهه با کمبود - ۶۰

واحد هزینه نگهداری - ۲

فاصله زمانی تحویل -  $\Rightarrow$  واحد زمان

تابع توزیع مصرف در فاصله زمانی تحویل از نوع یکتواخت بوده و مقادیر مینیمم و ماکزیمم آن به ترتیب برابر با صفر و ۱۰ هستند.

در حال حاضر، قیمت خرید هر واحد کالا ۱۰ واحد پول است و در هر بار سفارش ۲۰۰ واحد کالا سفارش می‌شود. فروشنده جدیدی پیشنهاد نموده که اگر هر بار که سفارش می‌شود، به مقدار ۲۵۰ واحد کالا سفارش شود، قیمت واحد کالا را ۸ واحد پول منظور می‌نماید.

آیا پیشنهاد فروشنده جدید مقرون به صرفه است؟ با محاسبه هزینه کل (TIC) در شرایط فعلی و در شرایط پیشنهادی فروشنده جدید و مقایسه این دو هزینه به مسئله پاسخ دهید.

پاسخ:

$$E = 900, \quad h = 2, \quad a = 1$$

$$L = \frac{1}{10} \text{ واحد زمان}, \quad f(t) = \frac{1}{10 - t} = \frac{1}{10}$$

در حال حاضر  $u = 10$  و  $Q = 200$  می‌باشد اگر  $Q = 250$  واحد سفارش شود،  $u = 8$  می‌باشد.

$$\text{میانگین مصرف در فاصله زمانی تحویل} = \frac{1 + 0}{2} = 0.5$$

$$\bar{Q} = 200 \Rightarrow \bar{Q} = 200$$

متوسط مصرف در واحد زمان برابر است با:

$$TIC = C \frac{\bar{D}}{Q} + h \left\{ k(op) + \frac{1}{v} [Q - v(op)] \right\} + \frac{\bar{D}}{Q} v(op) = s' + \bar{D}u$$

نشان داده به مقدار فعلی سفارش یعنی  $Q = 200$  نقطه سفارش را بدست می آوریم

$$F(op) = \frac{s' \frac{\bar{D}}{Q} + h}{s' \frac{\bar{D}}{Q} + \frac{h}{v}} = \frac{30 \times \frac{200}{200} + \frac{2}{200}}{30 \times \frac{200}{200} + \frac{2}{200}} = 0.1$$

$$F(op) = \int_{op}^{\infty} f(r) dr = \int_{op}^{\infty} \frac{1}{v} dr = 0.1 \Rightarrow \frac{1}{v} op = 0.1 \Rightarrow op = 1$$

$$v(op) = \int_{op}^{\infty} (r - op) f(r) dr = \int_{op}^{\infty} (r - 1) \times \frac{1}{v} dr = 0.1$$

$$k(op) = op - \bar{D}L + v(op) = 1 - 2 + 0.1 = 0.9$$

بنابراین مقدار فعلی هزینه کل برابر است با:

$$TIC = 900 \times \frac{200}{200} + 2 \left\{ 0.9 + \frac{1}{2} \left[ 200 - 0.1 \right] \right\} + \frac{200}{200} \times 0.1 \times 30 + 30 \times 1 = 713$$

در صورتیکه مقدار هر بار سفارش 50 واحد کالا و قیمت واحد کالا 8 باشد داریم:

$$F(op) = \frac{30 \times \frac{200}{50} + \frac{2}{50}}{30 \times \frac{200}{50} + \frac{2}{50}} = 0.1$$

$$F(op) = \int_{op}^{\infty} \frac{1}{v} dr = 0.1 \Rightarrow \frac{1}{v} op = 0.1 \Rightarrow op = 1$$

$$v(op) = \int_{op}^{\infty} (r - v) \times \frac{1}{v} dr = 0.1 \Rightarrow K(op) = 1 - 5 + 0.1 = 0.6$$

در صورت پیشنهاد جدید، مقدار هزینه برابر خواهد شد با:

$$TIC = 900 \times \frac{200}{50} + 2 \left\{ 0.6 + \frac{1}{2} (50 - 0.6) \right\} + \frac{200}{50} \times 0.6 \times 30 + 30 \times 1 = 756$$

پیشنهاد فروشنده جدیدی مقرون به صرفه نیست زیرا در شرایط جدید هزینه کل بیشتر می شود.

۴- در مسئله ۶ در صورتیکه سیاست موجودی ها و نظام سفارشات، تقاضای پس افت را به کسری همان تقاضای و قیمت فروش هر واحد کالا ۱۵ واحد پول باشد پاسخها چه خواهند بود؟

در این شرایط چون قیمت فروش هر واحد کالا داده شده و  $u' = 15$  بنابراین در هر حالت هزینه مولجیه با کسری برابر است با:

$$s = s' + (u' - u)$$

Www.iepnu.ir



در حالت اول  $Q=200$ ,  $u=10$  بنابراین  $s=70+(10-10)=70$   
 چون تقاضای پس افت به کلی جبران نخواهد شد بنابراین برای بدست آوردن نقطه سفارش از رابطه زیر استفاده می کنیم

www.iepnu.ir

$$F(op) = \frac{\frac{\bar{D}}{Q} s}{\frac{\bar{D}}{Q} s + h} = \frac{\frac{30}{200} \times 70}{\frac{30}{200} \times 70 + 2} = 0.187$$

$$F(op) = \int_{op}^{\infty} \frac{1}{\lambda} dr = 0.187 \Rightarrow op = 18.7$$

$$V(op) = \int_{op}^{\infty} (r - 18.7) \times \frac{1}{\lambda} dr = 0.145$$

$$K(op) = 18.7 - 0 + 0.145 = 18.845$$

$$TIC = 900 \times \frac{30}{200} + 2 \left[ 18.845 + \frac{1}{2} (200 - 18.845) \right] + \frac{30}{200} \times 0.145 \times 70 + 2 \times 10 = 742$$

در حالت دوم  $Q=150$  و مقدار  $u=8$  بنابراین  $s=70+(10-8)=72$

$$F(op) = \frac{\frac{30}{150} \times 72}{\frac{30}{150} \times 72 + 2} = 0.17$$

$$F(op) = \int_{op}^{\infty} \frac{1}{\lambda} dr = 0.17 \Rightarrow \frac{1}{\lambda} op = 0.17 \Rightarrow op = 17$$

$$V(op) = \int_{op}^{\infty} (r - 17) \times \frac{1}{\lambda} dr = 0.145$$

$$K(op) = 17 - 0 + 0.145 = 17.145$$

$$TIC = 900 \times \frac{30}{150} + 2 \left[ 17.145 + \frac{1}{2} (150 - 17.145) \right] + \frac{30}{150} \times 0.145 \times 72 + 2 \times 8 = 756.17$$

در این شرایط نیز، هزینه کل فروشنده جدید بیشتر خواهد شد بنابراین پیشنهاد او مقرون به صرفه نیست

۸- در مسئله ۵ در صورتیکه سیاست سفارشات تقاضای پس افت را جبران نمی کند در شرایطی که قیمت واحد خرید و فروش کالا به ترتیب ۳ و ۲/۵ باشد پاسخ ها چه خواهند بود؟

پایه  
در این شرایط که  $u' = 1/5$ ,  $u = 3$  باشد  
میشود

$$s = s' + (u' - u) = 4 + (1/5 - 3) = 41/5$$

مقدار سفارش را  $Q = 200$  در نظر می‌گیریم و چون تقاضای پس افت به کلی جبران نمی‌شود، نقطه سفارش را از رابطه زیر بدست می‌آوریم:

$$F(op) = \frac{\frac{\bar{D}}{Q} \cdot s}{\frac{\bar{D}}{Q} \cdot s + h} = \frac{\frac{200}{200} \times 41/5}{\frac{200}{200} \times 41/5 + 2} = 0.82$$

$$F(op) = \int_0^{op} \frac{1}{\lambda} dr = 0.82 \Rightarrow \frac{1}{\lambda} op = 0.82 \Rightarrow op = 8/2$$

$$V(op) = \int_{\lambda/r}^{\infty} (r - \lambda/r) \times \frac{1}{\lambda} dr = -0.162$$

$$K(op) = \lambda/r - s + 0.162 = 2/262$$

$$TIC = 900 \times \frac{200}{200} + 2 \left[ \frac{2}{262} + \frac{1}{2} (200 - 0.162) \right] + \frac{200}{200} \times -0.162 \times 41/5 + 200 \times 2 = 132$$

۱- برای یک قطعه مکانیکی مورد مصرف در بخش نگهداری و تعمیرات کارخانجات ذوب آهن، منحنی توزیع مصرف احتمالی از نوع نرمال بوده و میانگین مصرف قطعه در فاصله زمانی تحویل ۸۰ عدد و انحراف معیار مصرف در فاصله زمانی تحویل ۱۶ عدد است. فاصله زمانی تحویل قطعه ۲ ماه برآورد می‌شود. واحد هزینه نگهداری قطعه در انبار ۲۲/۵ واحد پول به ازای هر قطعه در یک ماه است و واحد هزینه مواجهه با کمبود قطعه کلاً ۱۳۵ واحد پول تخمین زده شده است. با توجه به اینکه هزینه سفارش‌دهی ناچیز است، برای نگهداری این قطعه از سیاست سفارشات ذخیره پایه استفاده می‌شود. میزان هر بار سفارش ۲ عدد است. در این شرایط عدد بهینه نقطه سفارش پایه (ذخیره پایه) چه خواهد بود؟ (پاسخ را به نزدیک‌ترین عدد صحیح گرد کنید).

پاسخ:

$$f(r) = N(\mu, \sigma) = N(80, 16)$$

$$L = 2 \text{ ماه}$$

$$h = 22/5 \text{ در ماه}, s = 135, Q = 1 \text{ عدد}$$

$$\bar{D}L = 80 \Rightarrow \bar{D} \times 2 = 80 \Rightarrow \bar{D} = 40 \text{ میانگین مصرف در ماه}$$

$$F(op) = \frac{s \bar{D}}{hQ + s \bar{D}} = \frac{135 \times 40}{22/5 \times 1 + 135 \times 40} = 0.9826 \Rightarrow Z = 2/12$$

$$op = 11 = 25 - 8 - \frac{2}{12} \times 16 = 11$$

۱۰- واحد هزینه نگهداری نوعی ماده شیمیایی مورد استفاده در یک صنعت ۲۵ واحد پول به ازای هر کیلوگرم در ماه است. میزان تقاضای این ماده شیمیایی قابل تقریب به منحنی توزیع احتمالی بتواند می باشد. مقادیر حداقل و حداکثر مصرف در فاصله زمانی یک ماهه تحویل به ترتیب ۲۵۰ و ۳۷۵ کیلوگرم هستند. واحد هزینه مواجهه با کمبود این ماده شامل دو بخش مربوط به هزینه های مستقیم از دست دادن سود تولید و هزینه های غیرمستقیم افت روحیه کارکنان در اثر مواجهه با کمبود کالا در انبار است. این هزینه ها به ترتیب ۱۵۰ و ۲۰۰ واحد پول به ازای هر کیلوگرم می باشد.

الف) در صورتیکه کل تقاضای پس افت قابل جبران بوده و در عین حال هزینه سفارش دهی ناچیز باشد، قرار است از سیستم ذخیره پایه برای سفارشات استفاده شود. مقدار میانگین هر بار سفارش ۲۵ کیلوگرم است. در این شرایط مقدار بهینه نقطه سفارش ذخیره (ذخیره پایه) چند کیلوگرم است؟  
 ب) فرض کنیم هزینه هر بار سفارش دهی کالا اخیراً توسط حسابداری صنعتی در حد قابل توجهی برابر با ۲۵۰ واحد پول به ازای هر بار سفارش اعلام شده است. در عین حال، درصد از تولید انجام شده به علت کمبود ماده شیمیایی بعد از رسیدن ماده قابل جبران است. مقادیر بهینه نقطه سفارش (OP) و مقدار سفارش (Q) را در هر یک از شرایط زیر با ۱۰۰٪، ۵۰٪ و صفر درصد حساب کنید.

پاسخ:

h = ۱۵ واحد در ماه

$$f(r) = \frac{1}{375 - 250} = \frac{1}{125}, \quad \bar{D} = \frac{275 + 250}{2} = 212.5$$

$$u' - u = 150, \quad s' = 200 \Rightarrow s = 150 + 200 = 350$$

الف)  $h = 1, \quad Q = 25$  کیلوگرم

$$F(op) = \frac{s \cdot \bar{D}}{h \cdot Q + s \cdot \bar{D}} = \frac{25 \times 212.5}{25 \times 25 + 250 \times 212.5} = 0.989$$

$$\int_0^{op} f(r) dr = F(op) \Rightarrow 0.989 = \int_0^{op} \frac{1}{125} dr$$

$$\Rightarrow \frac{op}{125} = 0.989 \Rightarrow op = 123.6 \text{ کیلوگرم}$$

$$b \cdot C = 150, \quad a = 0.5, 0.1$$

ابتدا  $a = 0.5$  در نظر گرفته و با استفاده از الگوریتم مقدار بهینه  $op$  و  $Q$  را بدست می آوریم.

$$Q = \sqrt{\frac{b \cdot C \cdot \bar{D}}{h}} = \sqrt{\frac{2 \times 150 \times 212.5}{25}} = 79$$

www.iepnu.ir



$$F(op_1) = \frac{\bar{D}}{Q} \left[ s' + (1-a)(u' - u) \right] - \frac{a}{\tau} h = \frac{\frac{212/5}{\sqrt{9}} \left[ 70 + \frac{1}{5} \times 100 \right] - \frac{1}{70} \times 10}{\frac{212/5}{\sqrt{9}} \left[ 70 + \frac{1}{5} \times 100 \right] + \frac{1}{70} \times 10} = -\frac{104}{120}$$

$$\int_{op_1}^{\infty} f(r) dr = F(op_1) \Rightarrow -\frac{104}{120} = \int_{op_1}^{\infty} \frac{1}{120} dr$$

$$\Rightarrow -\frac{104}{120} = \frac{op_1}{120} \Rightarrow op_1 = 120$$

$$v(op_1) = \int_{op_1}^{\infty} (r - op_1) f(r) dr = \int_{120}^{\infty} (r - 120) \times \frac{1}{120} dr = \frac{1}{120} \left[ \frac{1}{2} r^2 - 120r \right]_{120}^{\infty} = 70$$

$$Q_1 = \sqrt{\frac{\tau \left\{ C + \left[ s' + (1-a)(u' - u) \right] \cdot v(op_1) \right\} \cdot \bar{D}}{h}} = \sqrt{\frac{\tau \left\{ 10 + \left[ 70 + \frac{1}{5} \times 100 \right] \times 70 \right\} \times \frac{212/5}{\sqrt{9}}}{10}} = 999/70$$

$$F(op_2) = \frac{\frac{212/5}{\sqrt{9}} \left[ 70 + \frac{1}{5} \times 100 \right] - \frac{1}{50} \times 10}{\frac{212/5}{\sqrt{9}} \left[ 70 + \frac{1}{5} \times 100 \right] + \frac{1}{50} \times 10} = -\frac{107}{20}$$

$$F(op_2) = \int_{op_2}^{\infty} f(r) dr \Rightarrow -\frac{107}{20} = \int_{op_2}^{\infty} \frac{1}{120} dr \Rightarrow \frac{op_2}{120} = -\frac{107}{20} \Rightarrow op_2 = 76/20$$

$$v(op_2) = \int_{op_2}^{\infty} (r - 76/20) \times \frac{1}{120} dr = 781/20$$

$$Q_2 = \sqrt{\frac{\tau \left\{ 10 + \left[ 70 + \frac{1}{5} \times 100 \right] \times 781/20 \right\} \times \frac{212/5}{\sqrt{9}}}{10}} = 1209/10$$

$$\frac{Q_2 - Q_1}{Q_1} = \frac{1209/10 - 999/70}{999/70} = -\frac{1}{70} \times 100 = -\frac{10}{70}$$

$$F(op_3) = \frac{\frac{212/5}{\sqrt{9}} \left[ 70 + \frac{1}{5} \times 100 \right] - \frac{1}{20} \times 10}{\frac{212/5}{\sqrt{9}} \left[ 70 + \frac{1}{5} \times 100 \right] + \frac{1}{20} \times 10} = -\frac{109}{20}$$

$$F(op_3) = \int_{op_3}^{\infty} \frac{1}{120} dr = -\frac{109}{20} \Rightarrow \frac{op_3}{120} = -\frac{109}{20} \Rightarrow op_3 = 71/20$$

$$v(op_3) = \int_{op_3}^{\infty} (r - 71/20) \times \frac{1}{120} dr = 779$$

Www.iepnu.ir





$$Q_1 = \sqrt{\frac{r \left[ 120 + \left( r_{10} + \frac{1}{2} \times 120 \right) \times 222 \right] \times 222 / 2}{20}} = 1189 / 8 = 1190$$

$$\frac{Q_2 - Q_1}{Q_1} = -1.16 < -1.2$$

بنابراین نقطه بهینه سفارش  $op = 71/20$  و مقدار بهینه سفارش  $Q = 1190$  است.  
در صورتیکه  $\pi = 0$  باشد یعنی در صورتیکه تقاضای پس افتت جبران شود مقدار  $op$  و  $Q$  را بدست می آوریم:

$$Q = \sqrt{\frac{rCD}{h}} = 79$$

$$f(op_1) = \frac{\frac{\bar{D}}{Q} (s' + u' - u)}{\frac{\bar{D}}{Q} (s' + u' - u) + h} = \frac{\frac{222/2}{79} (20 + 120)}{\frac{222/2}{79} (20 + 120) + 20} = -1.97$$

$$f(op_1) = \int_{op_1}^{\infty} f(r) dr \Rightarrow -1.97 = \int_{op_1}^{\infty} \frac{1}{120} dr \Rightarrow op_1 = 121/20$$

$$v(op_1) = \int_{op_1}^{\infty} (r - op_1) f(r) dr = \int_{121/20}^{\infty} (r - 121/20) \times \frac{1}{120} dr = 207/2$$

$$Q_1 = \sqrt{\frac{r \left[ C + (s' + u' - u) v(op) \right] \bar{D}}{h}} = \sqrt{\frac{2 \left[ 120 + 20 \times 207/2 \right] \times 222/2}{20}} = 1170$$

$$f(op_1) = \frac{\frac{222/2}{1170} \times 220}{\frac{222/2}{1170} \times 220 + 20} = -1.77$$

www.iepnu.ir

$$f(op_1) = \int_{op_1}^{\infty} \frac{1}{120} dr = -1.77 \Rightarrow op_1 = 121/7$$

$$v(op_1) = \int_{op_1}^{\infty} (r - 121/7) \times \frac{1}{120} dr = 227/2$$

$$Q_1 = \sqrt{\frac{r \left[ 120 + 20 \times 227/2 \right] \times 222/2}{20}} = 1287$$

$$\frac{Q_2 - Q_1}{Q_1} = \frac{1287 - 1170}{1170} = -1.7 < -1.2$$

$$f(op_1) = \frac{\frac{222/2}{1287} \times 220}{\frac{222/2}{1287} \times 220 + 20} = -1.63$$



فصل دهم: سیستمهای سفارشات مستمر (نقطه سفارش)، با تقاضای احتمالی

$$F(op_r) = \int_{op_r}^{\infty} \frac{1}{125} dr = .721 \Rightarrow op_r = 81/75$$

$$v(op_r) = \int_{81/75}^{\infty} (r - 81/75) \times \frac{1}{125} dr = 322$$

$$Q_r = \sqrt{\frac{2(125 + 322 \times 322) \times 212/5}{125}} = 1295/5$$

$$\frac{Q_r - Q_r}{Q_r} = \frac{1295/5 - 1282}{1282} = -.09 \leq -.2$$

بنابراین مقدار بهینه نقطه سفارش  $op = 81/75$  و مقدار بهینه سفارش  $Q = 1295/5$  می باشد.



[Www.iepnu.ir](http://www.iepnu.ir)

سلامتی و تحبیل در فرج آقا امام زمان (عج) صلوات