



سری سوال: یک ۱

زمان آزمون (دقیقه): نستی: ۷۰ تشریحی: ۵۰

تعداد سوالات: نستی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: احتمال و آمار مهندسی پیشرفته

رشته تحصیلی/کد درس: مهندسی صنایع-مدیریت سیستم و بهره وری ۱۳۱۴۰۰۶

استفاده از ماشین حساب مهندسی مجاز است

۱- کدام عبارت صحیح است؟

۱. با کاهش طول محدوده پذیرش، خطای نوع اول افزایش می یابد.
۲. با کاهش طول محدوده پذیرش، خطای نوع اول کاهش می یابد.
۳. با کاهش تعداد نمونه، خطای نوع اول افزایش و خطای نوع دوم کاهش می یابد.
۴. با افزایش تعداد نمونه، خطای نوع اول کاهش و خطای نوع دوم افزایش می یابد.



۲- در رگرسیون خطی  $E(Y|X) = A + BX$  فرض کنید

$$S_x^2 = \sum (X_i - \bar{X})^2 = 125$$

$$S_y^2 = \sum (Y_i - \bar{Y})^2 = 500$$

$$\hat{B} = 2$$

باشد. در این صورت ضریب همبستگی  $X$ ،  $Y$  کدام است؟

۱. ۰
۲. ۱
۳. -۱
۴. ۰.۵

۳- در ماتریس تصمیم زیر، مقدار  $x$  چند باشد، تا اقدام  $a_1$  تحت الشعاع اقدام  $a_2$  باشد؟

	$\theta = \theta_1$	$\theta = \theta_2$
$a_1$	۵۰۰	$2x + 100$
$a_2$	$x$	۱۰۰۰

۱. به ازای هیچ مقداری از  $x$  اقدام  $a_2$  برتر از  $a_1$  نخواهد شد.

۲.  $x = 475$ ,  $x = -525$

۴.  $x \leq 500$

۳.  $450 \leq x \leq 500$

۴- فرض کنید  $\bar{X}$  میانگین نمونه ای به حجم ۲۰ است که دارای توزیع نرمال با میانگین  $m$  و واریانس ۴ می باشد. همچنین  $m$

دارای توزیع نرمال با میانگین ۶ و واریانس ۳ می باشد. در این صورت توزیع پسین  $m$  به شرط  $\bar{X} = 3$  دارای توزیع نرمال

با میانگین  $a$  و واریانس  $b$  می باشد.  $(a, b)$  برابر است با:

۴.  $(\frac{51}{16}, \frac{3}{16})$

۳.  $(\frac{3}{16}, \frac{51}{16})$

۲.  $(\frac{16}{51}, \frac{16}{3})$

۱.  $(\frac{16}{3}, \frac{16}{51})$

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۷۰ تشریحی: ۵۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: احتمال و آمار مهندسی پیشرفته

رشته تحصیلی/کد درس: مهندسی صنایع-مدیریت سیستم و بهره وری ۱۳۱۴۰۰۶

۵- فرض کنید  $X_1, X_2, X_3, X_4, X_5$  یک نمونه تصادفی ۵ تایی از توزیع  $N(0,1)$  باشد، به ازای چه مقداری از  $C$  عبارت

$$\frac{C(X_1 - X_2)}{\sqrt{(X_3^2 + X_4^2 + X_5^2)}}$$
 دارای توزیع  $t$  است؟

۴.  $\sqrt{\frac{3}{5}}$

۳.  $\sqrt{\frac{3}{2}}$

۲.  $\sqrt{\frac{1}{3}}$

۱.  $\sqrt{\frac{2}{3}}$

۶- اگر میانگین یک نمونه تصادفی ۱۰ تایی با نتایج  $x_1, \dots, x_{10}$  برابر با ۵ و واریانس آن ۴ باشد آنگاه مقدار

$$\sum_{i=1}^{10} (2x_i - 1)(x_i + 2)$$
 برابر با کدام گزینه است؟

۴. ۷۲۸

۳. ۷۲۰

۲. ۷۱۰

۱. ۶۹۰

۷- مقدار خطای اندازه گیری وزن نوعی قطعه از توزیع نرمال با میانگین صفر و واریانس  $\sigma^2$  تبعیت می کند. اگر میانگین وزن

یک نمونه ۱۶ تایی برابر با ۲۰ گرم باشد و بدانیم  $\sigma^2 = 16$  است. یک فاصله اطمینان ۹۵ درصد برای میانگین وزن این نوع

قطع کدام است؟

$$z_{0.95} = 1.96$$

۴. (20,22)

۳. (18,20)

۲. (18,22)

۱. (15,20)

۸- فرض کنید  $X_1, X_2$  یک نمونه تصادفی دو تایی از توزیع برنولی  $B(1,P)$  باشد. علاقمند به آزمون زیر هستیم:

$$H_0 : P = \frac{1}{4}$$

$$H_1 : P = \frac{3}{4}$$

اگر ناحیه پذیرش  $X_1 + X_2 = 1$  باشد و  $a$  نمایانگر احتمال خطای نوع اول و  $b$  نمایانگر احتمال خطای نوع دوم باشند،

مقدار  $(b,a)$  کدام است؟

۴.  $(\frac{10}{16}, \frac{9}{16})$

۳.  $(\frac{1}{16}, \frac{9}{16})$

۲.  $(\frac{1}{16}, \frac{7}{16})$

۱.  $(\frac{10}{16}, \frac{6}{16})$

۹- اگر اعداد ۰،۲۳،۰،۶۵،۰،۱۰،۰،۴۲ و نمونه ای از تابع چگالی احتمال  $f_y(y, \theta) = \theta \cdot y^{\theta-1}$  به ازای  $0 \leq y \leq 1$  باشد، با

استفاده از روش گشتاورها بر آورد  $q$  کدام است؟

۴. ۰،۶۵

۳. ۰،۳۵

۲. ۰،۴۵

۱. ۰،۵۴

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۷۰ تشریحی: ۵۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: احتمال و آمار مهندسی پیشرفته

رشته تحصیلی/کد درس: مهندسی صنایع-مدیریت سیستم و بهره وری ۱۳۱۴۰۰۶

۱۰- فرض کنید اختلاف بین محل ورود یک سفینه بر روی سیاره مریخ با محل پیش بینی شده متغیری تصادفی با میانگین ۱۰۰ متر و انحراف معیار ۴۰ متر است. اگر توزیع متغیر تصادفی نرمال باشد و آزمایش فرود ۲۵ بار انجام شود در این صورت احتمال این که این اختلاف کمتر از ۱۰۸ متر باشد، کدام است؟

۰.۴ ۸۴.۱۳٪

۰.۳ ۱۵.۸۴٪

۰.۲ ۵۰٪

۰.۱

۱۱- اگر  $\theta > 0$  و  $y > 2$  و  $f_y(y, \theta) = \frac{1}{\theta} e^{-\frac{y-2}{\theta}}$  باشد، با روش راستنمایی ماکسیمم (MLE) مقدار برآورد  $\theta$  کدام است؟

۰.۴  $2 - \bar{y}$

۰.۳  $\bar{y} + 2$

۰.۲  $\bar{y}$

۰.۱  $\bar{y} - 2$

۱۲- در آزمون برازش اگر تعداد طبقات برابر ۷ بوده و برای برازش توزیع نرمال پارامترهای مربوطه برآورد شوند و همچنین امید ریاضی هر دسته بیش از ۵ باشد. آماره مورد استفاده و درجه آزادی آن جهت تعیین نتیجه آزمون برازش کدام است؟

۰.۴ خی دو - پنج

۰.۳ t - پنج

۰.۲ خی دو - چهار

۰.۱ t - چهار

۱۳- در یک برآورد فاصله ای از میانگین جامعه ای که دارای واریانس ۲ است، اگر بخواهیم با میزان خطای ۱۰ درصد برآوردی در سطح ۹۵٪ ارائه دهیم، حداقل حجم نمونه چقدر باید باشد؟

$\alpha$	۰.۰۵	۰.۰۱	۰.۰۲۵	۰.۰۰۵
z	۱.۶۴	۱.۹۶	۲.۳۳	۲.۵۷۵

۰.۴ ۱۵۴

۰.۳ ۱۵۳

۰.۲ ۱۵۳۷

۰.۱ ۱۵۳۶

۱۴- در صورتی که در مطالعه آماری بخواهیم میانگین دو توزیع را مقایسه نماییم و واریانسهای جامعه ها نا معلوم باشد واریانس نمونه ای مشترک از کدام رابطه حاصل می شود؟

$$S_p^2 = \frac{(n-1)S_x^2 + (m-1)S_y^2}{n+m-2} \quad .۲$$

$$S_p^2 = \frac{S_x^2 + S_y^2}{n+m} \quad .۱$$

$$S_p^2 = \frac{\frac{1}{n}S_x^2 + \frac{1}{m}S_y^2}{n+m-2} \quad .۴$$

$$S_p^2 = \frac{\frac{1}{n}S_x^2 + \frac{1}{m}S_y^2}{n+m} \quad .۳$$



سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۷۰ تشریحی: ۵۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: احتمال و آمار مهندسی پیشرفته

رشته تحصیلی/کد درس: مهندسی صنایع-مدیریت سیستم و بهره وری ۱۳۱۴۰۰۶

۱۵- می خواهیم میزان تولید محصول سه ماشین صنعتی را با هم مقایسه کنیم. خلاصه اطلاعات زیر متوسط تولید ماشین ها در نوبت های مختلف است.

	ماشین ۱	ماشین ۲	ماشین ۳
اندازه نمونه	۳	۵	۴
میانگین نمونه	۴۹	۵۰	۵۱
انحراف معیار نمونه	۱	۱.۲	۱.۱

با فرض نرمال بودن داده ها، میانگین کل کدام است؟

۱. ۵۰.۰۰      ۲. ۵۰.۰۸      ۳. ۵۰.۱۰      ۴. ۵۰.۱۵

۱۶- در مسئله ۱۵، مجموع مربعات خطا کدام است؟

۱. ۱۰.۱۰      ۲. ۱۱.۳۹      ۳. ۱۳.۴۰      ۴. ۱۵.۰۴

۱۷- در مسئله ۱۵، مقدار آماره برای آزمون همگنی واریانس ها به روش کاکرن کدام است؟

۱. ۰.۳۴۶      ۲. ۰.۳۵۹      ۳. ۰.۳۶۴      ۴. ۰.۳۹۵

۱۸- اگر نمونه ای به حجم  $n=10$  از جامعه نرمالی به ازای دو متغیر تصادفی  $X$  و  $Y$  انتخاب شده باشد و نتایج زیر مشاهده شده باشد، ضریب همبستگی بین  $X$ ،  $Y$  کدام است؟

$$\sum Y_i^2 = 196, \quad \sum X_i^2 = 234, \quad \sum Y_i = 40, \quad \sum X_i = 30, \quad \sum X_i Y_i = 160$$

۱. 0.45      ۲. 0.55      ۳. 0.65      ۴. 0.85

۱۹- در تحلیل واریانس معنادار بودن رگرسیون، در مورد رگرسیون ۵ متغیره، اگر تعداد داده ها ۲۰ مورد باشد، در آزمون  $F$ ، آماره مذکور از چه درجات آزادی تبعیت می کند؟

$$(n_1, n_2)$$

۱. (16, 5)      ۲. (5, 16)      ۳. (4, 15)      ۴. (5, 15)

۲۰- اگر برای متغیرهای تصادفی  $X, Y$  داشته باشیم:  $E(X)=2, E(Y)=1, E(Y|X)=\alpha+\beta X$  آنگاه کدام رابطه بین  $\alpha$  و  $\beta$  می تواند برقرار باشد؟

۱.  $\alpha+\beta=2$       ۲.  $\alpha+\beta=1$       ۳.  $\alpha+2\beta=1$       ۴.  $2\alpha+\beta=1$

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): نستی: ۷۰ تشریحی: ۵۰

تعداد سوالات: نستی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: احتمال و آمار مهندسی پیشرفته

رشته تحصیلی/کد درس: مهندسی صنایع-مدیریت سیستم و بهره وری ۱۳۱۴۰۰۶

۲۱- کدام یک از روشهای ذیل جهت تشخیص چند همخطی به کار نمی رود؟

۱. ضرائب تورم واریانس
۲. دترمینان همبستگی
۳. مقادیر ویژه ماتریس همبستگی
۴. آزمون دوربین واتسون

۲۲- برای مقایسه دو جامعه اطلاعات زیر در اختیار است:

جامعه اول: ۱۹ و ۱۷ و ۱۸ و ۱۷ و ۱۴

جامعه دوم: ۱۷ و ۱۶ و ۱۸ و ۱۴ و ۱۵

با فرض نرمال بودن دو جامعه و معلوم بودن واریانس ها، مقدار آماره آزمون جهت آزمون نمودن تساوی میانگین دو جامعه کدام یک از مقادیر زیر است؟

۴.  $\sqrt{\frac{6}{5}}$

۳.  $\sqrt{\frac{5}{6}}$

۲.  $\frac{6}{5}$

۱.  $\frac{5}{6}$

۲۳- فرض کنید  $x_1, \dots, x_{25}$  یک نمونه تصادفی ۲۵ تایی از توزیع نرمال با میانگین صفر و واریانس  $\sigma^2$  باشد. جهت انجام آزمون زیر:

$H_0: \sigma^2 = 1$

$H_1: \sigma^2 \neq 1$

گزینه صحیح برای توزیع آماره آزمون مناسب و درجه آزادی آن کدام است؟

۱.  $t$  با ۲۵ درجه آزادی
۲.  $t$  با ۲۵ درجه آزادی
۳.  $t$  با ۲۴ درجه آزادی
۴.  $t$  با ۲۴ درجه آزادی

۲۴- بر اساس نمونه های تصادفی ۴ تایی از ۳ جامعه نرمال، جهت آزمون برابری میانگین های سه جامعه، توزیع آماره مناسب کدام است؟

۴.  $t_{9}$

۳.  $t_{10}$

۲.  $f_{9,2}$

۱.  $f_{2,9}$

۲۵- سکه ای ۱۰۰ بار پرتاب شده است و ۴۰ بار شیر و ۶۰ بار خط آمده است. قصد داریم در مورد سالم بودن سکه اظهار نظر کنیم. در این صورت آماره آزمون چه عددی است؟

۴. ۳

۳. ۶

۲. ۴

۱. ۵



سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۷۰ تشریحی: ۵۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: احتمال و آمار مهندسی پیشرفته

رشته تحصیلی/کد درس: مهندسی صنایع-مدیریت سیستم و بهره وری ۱۳۱۴۰۰۶

### سوالات تشریحی

نمره ۲،۶۳

۱- ارقام زیر محتوای کلسترول، بر حسب میلیگرم در هر بسته است که چهار آزمایشگاه برای بسته های ۶ اونسی سه غذای کاملاً مشابه به دست آورده اند. یک تحلیل واریانس دو طرفه انجام داده، فرضهای صفر مربوط به آزمایشگاه ها و غذاها را در سطح معنی دار بودن  $\alpha = 0.05$  آزمون کنید.

	غذای A	غذای B	غذای C
آزمایشگاه ۱	۳،۴	۲،۶	۲،۸
آزمایشگاه ۲	۳،۰	۲،۷	۳،۱
آزمایشگاه ۳	۳،۳	۳،۰	۳،۴
آزمایشگاه ۴	۳،۵	۳،۱	۳،۷

$$F_{0.05,3,6} = 4.76$$

$$F_{0.05,2,6} = 5.14$$

$$F_{0.05,3,11} = 3.59$$

$$F_{0.05,2,11} = 3.98$$

نمره ۰،۸۸

۲- نتایج حاصل از ۱۶ مورد تعیین نقطه ذوب یک ترکیب به شرح زیر است که در آن ۸ مورد توسط تحلیل گر A و ۸ مورد توسط تحلیل گر B انجام شده است. در سطح معنادار بودن ۰،۰۱ آزمونی را انجام دهید و بررسی نمایید که آیا از جانب یک تحلیل گر تمایلی مبنی بر حصول نتایج بزرگتر نسبت به تحلیل گر دیگر وجود داشته است؟

$$|t_{0.005,14}| = 2.977$$

تحلیل گر A	تحلیل گر B
۱۶۴،۵	۱۶۳،۵
۱۶۹،۷	۱۶۲،۸
۱۶۹،۲	۱۶۳،۰
۱۶۹،۵	۱۶۳،۲
۱۶۱،۸	۱۶۰،۷
۱۶۸،۷	۱۶۱،۵
۱۶۹،۵	۱۶۰،۹
۱۶۳،۹	۱۶۲،۰



تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۷۰ تشریحی: ۵۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: احتمال و آمار مهندسی پیشرفته

رشته تحصیلی/کد درس: مهندسی صنایع-مدیریت سیستم و بهره وری ۱۳۱۴۰۰۶

نمره ۰,۸۸

۳- یک بررسی نمونه در سوپر مارکت نشان داده است که ۲۰۴ خرید کننده از ۲۰۰ خرید کننده به طور منظم از کوپنهای تخفیفی که مبالغی بر حسب تومان تخفیف می دهند استفاده می کنند. از فاصله اطمینان بزرگ نمونه ای استفاده کرده و یک فاصله اطمینان ۹۵٪ برای نسبت واقعی متناظر پیدا کنید.

$\alpha$	۰,۰۵	۰,۰۲۵	۰,۰۱	۰,۰۰۵
z	۱,۶۴	۱,۹۶	۲,۳۳	۲,۵۷۵

نمره ۱,۷۵

۴- با مفروض بودن داده های جدول زیر :

y	۲	۵	۷	۸	۵
$x_1$	۸	۸	۶	۵	۳
$x_2$	۰	۱	۱	۳	۴

با استفاده از روش حداقل مربعات و نوشتن معادلات نرمال، یک خط رگرسیون به فرم

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \varepsilon_i$$

از آنها به دست آورید.

نمره ۰,۸۶

۵- اگر یک ماتریس تصمیم به صورت زیر موجود باشد به طوریکه  $P(\theta=0)=0.4$ ,  $P(\theta=1)=0.6$  به عنوان توزیع پیشین شناخته می شوند. الف) به کمک اصل بیز تعیین کنید کدام اقدام مناسب تر است؟ ب) پس از اخذ یک نمونه ۲۵ تایی مشخص شده است که میانگین این نمونه برابر ۰,۴ است. با توجه به اینکه انحراف معیار متغیر تصادفی X برابر ۵ است، توزیع پسین هر یک از حالات طبیعی را محاسبه نمایید؟

	$\theta=0$	$\theta=1$
a1	۱۱۰۰	۶۰۰
a2	۷۰۰	۹۰۰

