

ادامه فصل بیستم : تحلیل واریانس یک طرفه

تمام مقایسه‌های ممکن بین میانگین‌ها (Posthoc)

تحلیل واریانس نشان می‌دهد که آیا نمونه‌ها متعلق به جامعه هستند یا خیر. در صورتی که فرض صفر رد شود، معلوم نیست که کدام یک از نمونه‌ها در کدام جامعه قرار دارند. به عبارت دیگر، معنی دار شدن نسبت F به ما نمی‌گوید که اختلاف بین کدام جفت از میانگین‌ها معنی دار است بلکه با آماره F ، تنها می‌توانیم پی ببریم که اختلاف بین میانگین معنی دار است.

در هنگام تحلیل واریانس و به عبارتی آزمون تفاوت میانگین‌ها در بین سه گروه و بیشتر، علاوه بر آزمون معنی‌داری این تفاوت میانگین‌ها، لازم است که به کیفیت این تفاوت نیز پی ببریم، چرا که آشنایی با کیفیت این تفاوت نقش مهمی در آزمون فرضیه و تفسیر نتایج آن و همچنین در جمع‌بندی و ارائه راه‌کارها برای گزارش دارد. در نرم افزار **SPSS**، ۱۸ نوع آزمون مقایسه چندگانه تعریف شده که به کمک آنها می‌توانیم چگونگی تفاوت میانگین نمره گروه‌ها از همدیگر را تشخیص دهیم. هدف این آزمون‌ها، بررسی تفاوت دو به دو میانگین‌ها یا ترکیب خطی آنها است. البته باید گفت که این آزمون‌ها تنها برای متغیرهای کیفی (اسمی / ترتیبی) به کار می‌روند.

در خصوص برتری استفاده از این آزمون‌ها، باید گفت که آزمونهایی بیشتر از همه مورد استفاده قرار می‌گیرند که نرخ خطای نوع اول را تعدیل کرده و به عبارتی از میزان تورم بکاهند. همچنین، انتخاب نوع آزمون مقایسه چندگانه بر اساس دو معیار برابری حجم نمونه و برابری واریانس دارد.

یک مدیر فروش، داده‌های آموزشی را با استفاده از واریانس یک طرفه **ANOVA** تحلیل کرده است. مادامی که اختلافات گروهی معنی‌دار یافت شود، هیچ فرضیه‌ای راجع به چگونگی تفاوت داشتن سرگروه وجود ندارد. بنابراین، او تصمیم گرفت تا به سادگی هر گروه را با گروه دیگر مقایسه نماید.

شروع تحلیل

۱. مسیر **Analyze > Compare Means > one- way ANOVA** را از منوی اصلی برگزینید.

۲. **Score on training exam** را به عنوان متغیر وابسته برگزینید.

۳. **Sales training groups** را به عنوان متغیر عامل (**Factor**) برگزینید.

۴. دکمه **Post Hoc** را کلیک کنید.
۵. گزینه **Tamhan's T2** را فعال نمایید.
۶. دکمه **Continue** را کلیک کنید.
۷. دکمه **Ok** را در کادر محاوره **one-way ANOVA** کلیک کنید.

جدول آزمون Post Hoc

- * گروه با یک روز آموزش، نسبت به گروه‌های دیگر، کار بیشتری انجام می‌دهد (a).
- * کارآموزهای با دو و سه روز آموزش، از نظر آماری تفاوتی در عملکرد میانگین ندارند. علی‌رغم این برابری، مدیر ممکن است هنوز هم امتیاز روز سوم کارآموزی را در نظر بگیرد (b).

(I) GROUP	(J) GROUP	Mean Difference (I-J)	Std. Error	Sig.	95% Confidence Interval	
					Lower Bound	Upper Bound
1.00	2.00	-9.9879*	3.238	.040	-19.6053	-3705
	3.00	-15.6995*	3.238	.000	-23.8792	-7.5198
2.00	1.00	9.9879*	3.238	.040	3705	19.6053
	3.00	-5.7116	3.238	.102	-12.2771	8539
3.00	1.00	15.6995*	3.238	.000	7.5198	23.8792
	2.00	5.7116	3.238	.102	-8539	12.2771

تحلیل مقاوم واریانس

نتایج پست‌هاک (Post Hoc) تا حدی که آماره **F** استاندارد در برابر فرضیات مقاوم است اعتبار دارد. آماره **F** تا موقعی که اندازه‌های نمونه مساوی یا تقریباً مساوی هستند در برابر واریانس‌های نامساوی مقاوم هستند. با وجود این، وقتی واریانس‌ها و اندازه نمونه فرق داشته باشند، آماره **F** استاندارد فاقد توان می‌باشد و آماده دادن نتایج ناصحیح می‌شود. این قسمت دو روش واریانس تحلیلی در دستورالعمل یک طرفه **ANOVA** را شرح می‌دهد که در چنین شرایطی موردی را به عنوان جانشین فراهم می‌آورد.

مدیریت یک بانک محلی شکوائیه‌هایی را راجع به مقدار زمانی که مشتریان در صف انتظار یکی از باجه‌ها باید بگذرانند دریافت کرده است. تحلیل‌گری، زمان‌های انتظار آن باجه و دو بانک منطقه‌ای دیگر را به منظور مقایسه ضبط کرده است.

این بانک شکوائیه‌ها را دریافت کرده است و حاوی مقادیر پرتی می‌باشد. **ANOVA** در برابر واریانس‌های نابرابر با گروه‌های هم اندازه مقاومت می‌کند؛ با این وجود، تعدادی مشاهدات نابرابر در هر شعبه وجود دارد. در این مورد، آنها می‌توانند از دستورالعمل **ANOVA** یک طرفه برای کسب آماره‌های **F** مقاوم استفاده نمایند.

۱. مسیر **Analyze > Compare Means > one- way ANOVA** را برای شروع تحلیل برگزینید.
۲. **Wait time in minutes** را به عنوان متغیر وابسته برگزینید.
۳. **Bank branch** را به عنوان متغیر عامل برگزینید.
۴. دکمه **Options** را کلیک کنید.
۵. گزینه‌های **Homogeneity of Variance test**، **Brown- Forsythe** و **Welch** را فعال نمایید.
۶. دکمه **Continue** را کلیک کنید.
۷. **Ok** را در کادر محاوره **one- way ANOVA** کلیک کنید.

جدول آزمون Leven

آزمون لون (**Leven**) تأیید می‌کند که واریانس‌های گروه‌ها متفاوت هستند.

Levene Statistic	df1	df2	Sig.
4.062	2	312	.018

جدول استاندارد ANOVA

مقدار **Sig** مرتبط با آماره **f** استاندارد **ANOVA** خیلی به **.05** نزدیک است. با این وجود، چون واریانس‌ها و اندازه‌های گروه برابر نیستند، ما دو دل هستیم که به این نتایج اعتماد نماییم.

Wait time in minutes					
	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Between Groups	8.017	2	4.009	2.985	.052
Within Groups	418.983	312	1.343		
Total	427.000	314			

جدول آزمون مقاوم

به رغم یافتن آماره **F** استاندارد، آماره آزمون **Brown-Forsythe** دارای سطح معنی داری کمتر از **05** است (a). همانند آماره **F** استاندارد، آماره **Welch** سطح معنی داری کمتر از **05** ندارد. وقتی اندازه‌های نمونه و واریانس‌ها نامساوی باشند، آماره **Welch** خیلی قوی‌تر از آماره **F** استاندارد یا **Brown-Forsythe** می‌باشد. تأثیر مقادیر پرت را می‌توان با حذف آنها و اجرای دوباره **ANOVA** تعیین کرد.

Wait time in minutes

	Statistic ^a	df1	df2	Sig.
Welch	2.622	2	206.327	.075
Brown-Forsythe	3.185	2	307.396	.043

a. Asymptotically F distributed

خلاصه

به کمک دستورالعمل **one-way ANOVA** قادر خواهید بود:

- ✱ اعتبار دادن به فرضیه تساوی واریانس
- ✱ به دست آوردن جدول **ANOVA** و نتایج
- ✱ بررسی تصویری میانگین‌های گروه
- ✱ اجرای تقابل‌های سفارشی، مناسب با فرضیه‌های معین شما
- ✱ مقایسه هر میانگین با هر میانگین دیگر، با فرض مساوی بودن یا نبودن واریانس
- ✱ اجرای دو نوع تحلیل مقاوم واریانس

خروجی تحلیل واریانس یک طرفه ANOVA

توصیف‌های ANOVA یک طرفه

جدول، آماره‌های توصیفی هر گروه و کل داده‌ها را نشان می‌دهد.

N اندازه هر گروه را نشان می‌دهد. در صورتی که اندازه‌های گروه تقریباً برابر باشند، تأثیرات واریانس‌های نابرابر کاهش خواهد یافت.

Mean مقادیر میانگین را نشان می‌دهد. دستورالعمل **one-way ANOVA** این برآوردهای نمونه را مقایسه می‌کند تا تعیین نماید که آیا میانگین‌های جمعیت متفاوت هستند.

Std. Deviation مقدار تغییرپذیری امتیازات را در هر گروه مشخص می‌کند. برابری را می‌توان با آزمون لون (Leven) بررسی کرد. فاصله اطمینان ۹۵ درصد میانگین نشان می‌دهد که در ۹۵ درصد موارد، میانگین واقعی جامعه بین کرانه بالا و پایین میانگین به دست آمده می‌باشد.

در این مثال، فاصله‌های نواحی شرقی و مرکزی روی هم افتاده‌اند (a). با این وجود، فاصله غربی با هیچ کدام دیگر روی هم نیفتاده‌اند (b).



	Region			
	East	Central	West	Total
N	128	120	120	368
Mean	34.07	34.55	43.62	34.41
Std. Deviation	15.43	14.64	18.27	16.73
Std. Error	1.41	1.34	1.67	.88
95% Confidence Interval for Mean	Lower Bound	31.28	31.90	40.32
	Upper Bound	36.86	37.19	46.92

آزمون ANOVA یک طرفه برای یکنواختی واریانس‌ها

ANOVA یک طرفه فرض می‌کند که واریانس‌های گروه‌ها همه برابرند. این جدول، نتیجه آزمون لون را برای یکنواختی واریانس‌ها نشان می‌دهد. سطح معنی‌داری (Sig.) از ۰۰۵ بیشتر است، این حاکی از آن است که واریانس‌های سه ناحیه برابرند و فرضیه قابل قبول می‌باشد.

	Levene Statistic	df1	df2	Sig.
1996 Sales (in tens of thousands of dollars)	1.274	2	357	.281

جدول ANOVA یک طرفه

نتایج تحلیل در یک جدول **ANOVA** نشان داده شده‌اند. در **ANOVA** یک طرفه، جمع کل تغییر به دو مؤلفه تقسیم شده است.

در تحلیل واریانس یک طرفه، واریانس کل از دو جزء تشکیل شده است.

الف- واریانس بین گروهی (Between groups)

ب- واریانس درون گروهی (Within group)

و واریانس کل. از مجموع واریانس بین گروهی و درون گروهی به دست می آید.

مجموع مجذورات بین گروهی یا واریانس بین گروهی که گاهی اوقات واریانس آزمایشی و واریانس شناخته شده نامیده می شود واریانس است که از تفاوت های بین گروه ها ناشی می شود. به عبارت دیگر مقداری از واریانس متغیر وابسته است که از متغیرهای مستقل ناشی می شود.

واریانس درون گروهی مقداری از واریانس متغیر وابسته است که از خطا یا تصادف ناشی می شود، نه از متغیر مستقل. به عبارت دیگر، واریانس درون گروهی، واریانس هر نمونه در اطراف میانگین گروهی است که نمونه ها در آن قرار دارند. به این نوع واریانس گاهی اوقات واریانس خطا یا واریانس ناشناخته نیز گفته می شود.

هنگامی که واریانس بین گروهی بزرگتر از واریانس درون گروهی باشد، نتیجه می گیریم که تفاوت بین میانگین ها ناشی از شانس نیست و قسمتی از واریانس متغیر وابسته ناشی از متغیرهای مستقل است. ولی هنگامی که واریانس بین گروهی و واریانس درون گروهی مساوی باشند، نتیجه می گیریم که تأثیر متغیرهای مستقل در متغیر وابسته یکسان بوده است. هنگامی که واریانس درون گروهی بزرگتر از واریانس بین گروهی باشد، نتیجه می گیریم اختلاف میانگین ها ناشی از خطای نمونه گیری یا شانس است.

	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Between Groups	6952.09	2	3476.04	13.26	.00
Within Groups	93562.26	357	262.08		
Total	100514.34	359			

در صورت مطلوب بودن، تغییر بین گروهی می تواند به مؤلفه های هم گرانش تقسیم شود. در این مثال، تغییر بین گروه به **Linear** و **Quadratic** تقسیم شده است.

سطح معنی داری مربوط به **Quadratic** کمتر از **0.05** است، به این معنی که فروش های میانگین برای این سه ناحیه در امتداد یک منحنی قرار دارد. در گروه هایی که اندازه های نمونه یکسان ندارند، گرایش ها به دو صورت **Weighted** و **Unweighted** محاسبه می شوند.

Weighted متغیر اندازه های نمونه را به حساب می آورد و راه پیشنهادی برای یک طرح نامتعادل است. مقدار **Sig** سطح معنی داری آزمون **F** را نشان می دهد. مقادیر معنی دار کوچک (**0.05**) تفاوت های گروه را نشان می دهد. در این مثال، سطح معنی دار کوچکتر از **0.05** است. یعنی حداقل یکی از نواحی با بقیه فرق دارد.

قابلیت های **Planned Contrasts** یا **Post Hoc** روش هایی هستند برای تعیین اینکه کدام گروه ها فرق دارند.

ضرائب تقابل تحلیل واریانس یک طرفه ANOVA

تقابل های برنامه ریزی شده یک روش برای مقایسه میانگین ها در تحلیل واریانس یک طرفه **ANOVA** است. این جدول ضرائب تهیه شده توسط کاربر برای این تقابل ها را فهرست کرده است. در این مثال، دو تقابل مورد بررسی قرار گرفته است.

اولی شامل مقایسه ناحیه غربی با میانگین دو ناحیه دیگر است (**Contrast 1**). دومی شامل مقایسه نواحی شرقی و مرکزی با دیگری می باشد (**Contrast 2**).



Contrast	Region		
	East	Central	West
1	-1	-1	2
2	1	-1	0

آزمون های تقابل ANOVA یک طرفه

نتایج تقابل های تهیه شده توسط کاربر در این جدول ظاهر شده اند. تقابل ها هم برای مورد واریانس برابر و هم مورد واریانس نابرابر اجرا شده است.

در این مثال، دو تقابل بررسی شده است مقادیر معنی دار کوچک (**0.05**) نشان دهنده با معنی بودن تقابل است. مثلاً تقابل اول، ناحیه غربی را با نواحی شرقی و مرکزی مقایسه می کند. این تقابل یک مقدار معنی دار خیلی کوچک دارد، که نشان می دهد ناحیه غربی از میانگین دو ناحیه دیگر متفاوت است (**a**).

دومین تقابل نواحی شرق و مرکز را مقایسه می‌نماید. این تقابل دارای یک مقدار معنی‌دار بزرگ است، که حکایت از آن دارد که دو ناحیه با ناحیه سوم تفاوتی ندارد (b).

آزمون‌های Post Hoc در مورد ANOVA یک طرفه

این جدول، مقایسه‌های جفتی میانگین‌های گروهی را برای همه دستورالعمل‌های پست هاک انتخاب شده فهرست می‌نماید. ستون **Mean Difference** تفاوت‌های بین میانگین‌های نمونه را فهرست می‌نماید. ستون **Sig.** احتمال این را که تفاوت میانگین جمعیت آماری صفر است فهرست می‌نماید. یک فاصله اطمینان **95%** برای هر تفاوت بنا شده است. اگر این فاصله شامل صفر باشد، دو گروه متفاوت نمی‌باشند.

مثلاً با استفاده از دستورالعمل **Tukey HSD**، این گزینه از موارد ۱۸ گانه‌ای است که در کادر محاوره **one-way ANOVA: Post Hoc** قابل انتخاب باشد. فاصله اطمینان شرقی-مرکزی شامل صفر می‌باشد. این دو ناحیه در فروش‌های سال **1996** تفاوتی ندارند (a). با این وجود، فاصله اطمینان غربی-شرقی شامل صفر نیست. این مناطق در فروش سال **1996** تفاوت دارند (b).

	Region (I)	Region (J)	Mean Difference (I-J)	Std. Error	Sig.	95% Confidence Interval	
						Lower Bound	Upper Bound
Tukey HSD	East	Central	-.48	2.09	.97	-5.28	4.42
		West	-5.55	2.09	.00	-14.45	-4.65
	Central	East	-.48	2.09	.97	-5.28	4.38
		West	-3.07	2.09	.00	-12.97	-4.16
	West	East	9.55	2.09	.00	4.55	14.45
		Central	9.02	2.09	.00	4.18	13.97

گروه‌های یکنواخت ANOVA یک طرفه

برای همه دستورالعمل‌های پست هاک انتخاب شده، گروه‌های یکنواخت تعریف شده‌اند (a). میانگین‌های هر سطحی از متغیر وابسته در گروه یکنواخت مرتبط خودشان فهرست شده‌اند (b). در این مثال، دستورالعمل‌های **Tukey HSD** و **Scheffe** انتخاب شده‌اند (c).



Region	N	Subset for alpha = .05	
		1	2
East	120	34.07	b
Central	120	34.55	
West	120		
Sig.		.97	1.00
East	120	34.07	c
Central	120	34.55	
West	120		
Sig.		.97	1.00

یک گروه یکنواخت شامل مناطق شرقی و مرکزی است. گروه دیگر فقط شامل منطقه غربی است.

Region	N	Subset for alpha = .05	
		1	2
East	120	34.07	
Central	120	34.55	
West	120		
Sig.		.97	1.00
East	120	34.07	
Central	120	34.55	
West	120		
Sig.		.97	1.00

آزمون‌های مقاوم یک طرفه برابر بودن میانگین‌ها

ANOVA سؤال برانگیز هستند.

وقتی واریانس‌های متغیر وابسته در سرتاسر گروه

آماره‌های Welch و Brown-Forsythe جانشین‌های آزمون F متداول در چنین موردی می‌باشند.

سطح معنی‌داری کوچک نشان دهنده تفاوت‌های گروه هستند.

	Statistic ^a	df1	df2	Sig.
Welch	11.617	2	236.128	.000
Brown-Forsythe	13.263	2	343.638	.000

مبحث را در مرجع کاربردی SPSS 20 (31) دنبال نمایید.



Telegram.me/iepnu
کانال تخصصی مهندسی صنایع دانشگاه پیام نور