

با سلام و احترام،

فصل بیستم : تحلیل واریانس یک طرفه

تحلیل واریانس روشی است که از آن برای مقایسه میانگین دو یا چند گروه استفاده می‌شود. هنگامی که تحلیل واریانس برای مقایسه دو گروه استفاده می‌شود با آزمون t معادل است.

در تحلیل واریانس یک طرفه، تأثیر یک متغیر مستقل اسمی (یا ترتیبی) روی یک متغیر وابسته فاصله‌ای (یا نسبی) بررسی می‌شود. این روش به ما می‌گوید که تفاوت‌های مشاهده شده در میانگین آماری در جامعه آماری نیز وجود دارد یا خیر. به عبارت دیگر، تفاوت بین میانگین‌ها معنادار است یا خیر؟

آزمون برابری واریانس‌های گروه

اولین گام مهم در تحلیل واریانس تأیید فرضیات می‌باشد. یک فرض **ANOVA** این است که واریانس گروه‌ها هم ارز هستند. این مثال نشان می‌دهد که آزمون چگونه اجرا می‌شود.

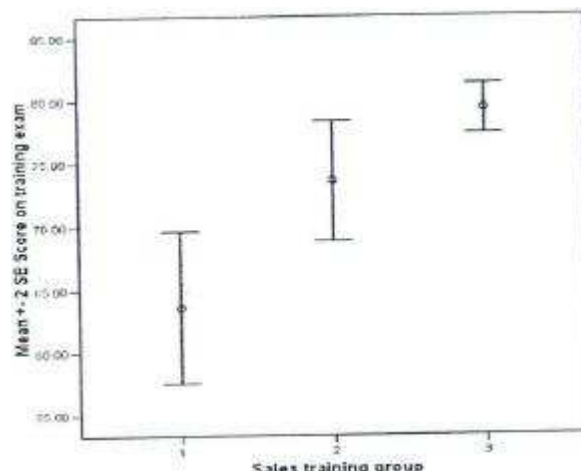
یک مدیر فروش می‌خواهد مناسب‌ترین تعداد روز آموزش تولید برای کارمندان جدید را تعیین کند. او کارهای زیادی برای این سه گروه در نظر دارد: کارگران با یک، دو یا سه روز آموزش.

نمودار میله‌ای خطا

قبل از اجرای تحلیل واریانس، نمودار میانگین‌ها و خطاهای استاندارد را می‌کشید.

۱. برای ایجاد یک نمودار میله‌ای خطا، مسیر **Graphs > Error Bar** را از منوی اصلی برگزینید.
۲. دکمه **Define** را کلیک کنید.
۳. گزینه **Score on training exam** را به عنوان متغیر تحلیل انتخاب نمایید.
۴. **Sales training group** را برای متغیر گروه برگزینید.
۵. در فهرست کرکره‌ای **Bars Represent** گزینه **Standard error of mean** را انتخاب نمایید.
۶. روی **Ok** کلیک کنید.

عملکرد میانگین به وضوح با روزهای آموزش اضافه شده افزایش می‌یابد. اما تغییر در عملکرد در همین زمان کاهش یافته است. **ANOVA** فرض کرده که واریانس در کل گروه‌ها برابر است.



آغاز تحلیل

۱. برای بررسی فرض برابری واریانس، مسیر زیر را از منوی اصلی برگزینید:

Analyze > Compare Means > one- way ANOVA

۲. Score training groups را به عنوان متغیر وابسته برگزینید.

۳. Sales training groups را به عنوان متغیر عامل (Factor) برگزینید.

۴. دکمه Options را کلیک کنید.

۵. گزینه‌های Descriptive (آمارهای توصیفی) و Homogeneity of Variance test (آزمون همگنی واریانس‌ها) را فعال نمایید.

۶. توجه دارید که گزینه اول تعداد نمونه‌ها، انحراف معیار، میانگین، خطای معیار میانگین، حداقل، حداکثر و فاصله اطمینان ۹۵٪ را ارائه می‌کند و گزینه دوم به محاسبه آزمون لون (Levene) که برای واریانس متغیر وابسته را برای تمام گروه‌ها آزمون می‌کند می‌پردازد.

۷. دکمه Continue را کلیک کنید.

۸. Ok را در کادر محاوره one- way ANOVA کلیک کنید.

جدول آمارهای توصیفی

آمارهای انحراف معیار و خطای استاندارد تأیید می‌کند که با افزایش روزهای آموزش، تغییر در عملکرد کاهش می‌یابد.



Score on training exam

	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error	95% Confidence Interval for Mean		Minimum	Maximum
					Lower Bound	Upper Bound		
1	20	83.5798	13.50858	3.0206	57.2576	89.9020	32.88	86.66
2	20	73.5677	10.60901	2.3722	68.6025	78.5328	47.56	89.65
3	20	79.2792	4.40754	.98556	77.2165	81.3420	71.77	89.69
Total	60	72.1422	12.00312	1.5496	69.0415	75.2430	32.88	89.69

آماره لون (**Levene**) فرضیه صفر برابر بودن واریانس‌های گروه را رد می‌کند. جدول تحلیل واریانس **ANOVA** هم نتایج آزمون **F** را نشان می‌دهد. همانطور که می‌بینیم سطح معنی‌داری تفاوت میانگین‌ها 0.000 است که کمتر از سطح معناداری **05** است. بنابراین نتیجه می‌گیریم که به احتمال **۹۵** صدم فرضیه صفر رد می‌شود.

Score on training exam

Levene Statistic	df1	df2	Sig.
4.637	2	57	.014

ANOVA

Score on training exam

	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Between Groups	2525.691	2	1262.845	12.048	.000
Within Groups	5974.724	57	104.628		
Total	8500.415	59			

اجرای یک تحلیل واریانس یک طرفه ANOVA

در پاسخ به تقاضای مشتریان، یک شرکت الکترونیکی، پخش جدید **DVD** را توسعه می‌دهد. با استفاده از نمونه اصلی، تیم فروش به جمع‌آوری داده‌های گروه پرداخته است. قابلیت **ANOVA** برای بررسی توجه گروه‌های سنی مختلف به این مدل جدید به کار می‌رود.

آغاز تحلیل

۱. مسیر **Analyze > Compare Means > one-way ANOVA** را از منوی اصلی برگزینید.
۲. **Total DVD assessment** را به عنوان متغیر وابسته برگزینید.
۳. **Age Group** را به عنوان متغیر عامل (**Factor**) انتخاب نمایید.
۴. دکمه **Options** را کلیک کنید.
۵. گزینه **Means Plot** را فعال نمایید.

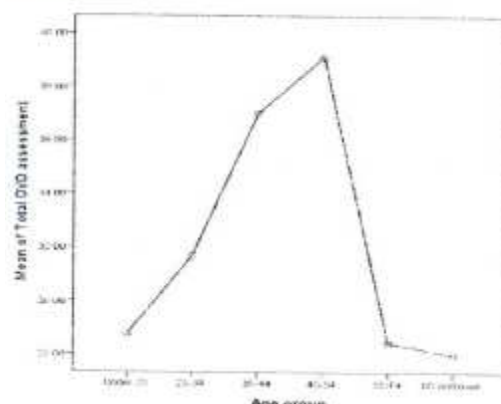
۶. دکمه Continue را کلیک کنید.

۷. دکمه Ok را در کادر محاوره one-way ANOVA کلیک کنید.

سطح معنی داری آزمون F در جدول ANOVA برابر 0.00 می باشد. بنابراین، شما باید این فرضیه را که میانگین تعداد زیادی برآوردها در کل گروه های سنی مساوی هستند رد کنید. اکنون که دانستید گروه ها از بعضی لحاظ متفاوت هستند، لازم است مطالب بیشتری درباره ساختار تفاوت ها بدانید. با نمودار میانگین، می توانید این ساختار را ببینید. شرکای بین سنین 32 و 45 پخش DVD جدید را نسبت به مدل های مشابه خیلی مورد توجه قرار دادند.

Total DVD assessment					
	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Between Groups	1294.421	5	258.896	6.993	.000
Within Groups	2295.532	62	37.025		
Total	3590.013	67			

Means Plots



مقایسه های برنامه ریزی شده و برنامه ریزی نشده

در تحلیل واریانس نسبت F معنی دار به ما می گوید که متغیر وابسته با توجه به سطح عامل تغییر می کند. اما اگر عامل بیش از دو سطح داشته باشد، تحلیل واریانس به ما نمی گوید کدام میانگین با کدام یک از دیگر میانگین ها دارای تفاوت است. اگر تنها دو سطح وجود داشته باشد و اثر اصلی آن عامل معنی دار باشد، در این صورت میانگین یک سطح باید به صورت معنی داری با میانگین سطح دیگر تفاوت داشته باشد. برای عاملی که دارای بیش از دو سطح باشد، نسبت F معنی دار می گوید که متغیر وابسته با توجه به سطوح عامل تغییر می کند، اما برای تحلیل مفصل تر داده ها باید به ابزارهای دیگری مراجعه کنیم. این کار به ما فرصت می دهد تا میانگین ها و گروه های میانگین را به راه های مختلف مقایسه کنیم و به ما کمک می کند تا نتایج را درک کرده و تفسیر نماییم.

در تصمیم گیری برای استفاده از آزمون برای انجام این مقایسه لازم است روشن باشد که مقایسه کدام یک از موارد زیر باشد:

۱. مقایسه از پیش برنامه‌ریزی شده (**Planned contrasts**): در این مورد پیش از جمع‌آوری داده‌ها تصمیماتی اتخاذ شده است. پژوهشگران پیش‌بینی کرده‌اند که از کدام یک از میانگین‌ها به صورت معنی‌داری با دیگر میانگین‌ها تفاوت خواهند داشت.

۲. مقایسه برنامه‌ریزی نشده (**post-hoc**): در این حالت تفاوت‌های بین میانگین‌ها پس از جمع‌آوری داده‌ها بررسی می‌شوند.

علت اهمیت این موضوع آن است که برای آزمون این دو نوع مقایسه باید آزمون‌های متفاوتی را به کار ببریم. چون احتمال وقوع خطای نوع اول یعنی رد فرضیه صفر وقتی این فرض درست است وجود دارد و بر اساس آن نتیجه گرفته می‌شود که اثر معنی‌داری وجود دارد در حالی که میانگین‌ها بر حسب تصادف متفاوت هستند.

تقابل‌های بین میانگین‌ها (**Contrasts**)

در حالت کلی، آماره‌های **F** بررسی می‌کند که اختلافی بین میانگین‌های گروه وجود دارد یا نه، و نمودارهای میانگین پیشنهاد می‌کند که در کجا اختلاف ممکن است رخ دهد. از دستورالعمل **ANOVA** یک طرفه برای تعیین نحوه تفاوت میانگین‌ها، و آزمون مشخصات آنها استفاده می‌شود.

با نگاه به داده‌های **DVD**، پژوهشگر فروشنده سؤال‌های زیر را می‌پرسد:

- * آیا دو گروه بین سنین **32** و **45** واقعاً متفاوت هستند؟
- * آیا شرکای زیر **32** و بالای **45** سال از نظر آماری می‌توانند یکی محسوب شوند.

آغاز تحلیل

۱. مسیر **Analyze > Compare Means > one-way ANOVA** را برگزینید.

۲. **Total DVD assessment** را به عنوان متغیر وابسته برگزینید.

۳. **Age Group** را به عنوان متغیر عامل (**Factor**) برگزینید.

۴. دکمه **Contrasts** را کلیک کنید.

اولین تقابل به مقایسه گروه‌های **3** و **4** می‌پردازد؛ بقیه حذف می‌شوند.





۵. 0 را به عنوان ضریب گروه 1 تایپ کرده، و Add را کلیک کنید.

۶. برای گروه 2 نیز ضریب 0 را وارد کنید.

در ادامه، ضرائب گروه‌های ۳ و ۴ را طوری وارد کنید که جمع آنها صفر شود.

۷. عدد 1- را برای ضریب گروه 3 وارد کرده و Add را کلیک کنید.

۸. ضریب 1 را برای گروه 4 وارد کنید.

۹. 0 را به عنوان ضریب گروه 5 وارد کرده و Add را کلیک کنید.

۱۰. ضریب 0 دیگری را برای گروه 6 وارد نمایید.

۱۱. دکمه Next را کلیک کنید تا تقابل دوم حرکت کند.

تقابل دوم، گروه‌های 1 و 2 را با گروه‌های 5 و 6 مقایسه می‌کند. گروه‌های 3 و 4 حذف شده‌اند.

۱۲. برای گروه 1 ضریب 0.5 را وارد کرده و Add را کلیک کنید.

۱۳. ضریب 0.5 دیگری را برای گروه 2 اضافه نمایید.

در ادامه، هر دو گروه 3 و 4 دارای ضریب 0 می‌شوند.

۱۴. 0 را برای گروه 3 وارد کرده و Add را کلیک کنید.

۱۵. ضریب 0 دیگری را برای گروه 4 وارد نمایید.

چون جمع ضرائب تقابل برابر 0 خواهد شد، گروه‌های 5 و 6 ضریب -0.5 را به دست می‌آورند.

۱۶. -0.5 را برای گروه 5 وارد کرده و Add را کلیک کنید.

۱۷. ضریب -0.5 دیگری را برای گروه 6 وارد نمایید.

۱۸. دکمه Continue را کلیک کنید.

۱۹. Ok را در کادر محاوره one-way ANOVA کلیک کنید.

جدول ضرائب تقابل

جدول ضریب تقابل روشی آسان برای بررسی اینکه اوزان مناسب به گروه‌ها داده شده است می‌باشد. اگر برآوردهای میانگین پخش DVD برای گروه‌های سنی 38-32 و 45-39 برابر باشد، انتظار می‌رود که اختلافات مشاهده شده در برآورد میانگین برای این گروه‌ها نزدیک 0 باشد (a).

با مشخص کردن **1-** و **1** به عنوان ضرائب تقابل برای این گروه‌ها، تقابل اول، اختلاف مشاهده شده را مورد بررسی قرار می‌دهد تا مشخص کند که از نظر آماری معنی‌دار هستند یا خیر (**b**).

به طور مشابهی، اگر برآوردهای میانگین گروه‌های سنی زیر **32-** و بالای **45-** برابر باشند، انتظار می‌رود که جمع دو گروه اول مساوی جمع دو گروه آخر باشد، و اختلاف این جمع‌ها نزدیک صفر باشد (**c**).

c Contrast	a → Age Group					
	18-24	25-31	32-38	39-45	46-52	53-59
1	0	0	-1	1	0	0
2	.5	.5	0	0	-5	-5

جدول آزمون تقابل

* نتایج در دو پانل نمایش داده شده‌اند: اولی فرض می‌کند که واریانس‌های گروه‌ها برابر هستند، و در دومی فرض بر این است که آنها برابر نیستند. در این مورد، واریانس‌های گروه‌ها مساوی فرض شده‌اند، بنابراین ما روی پانل اول تمرکز می‌کنیم (**a**).

* سطوح معنی‌دار برای آزمون‌های تقابل اول هر دو بزرگتر از **0.10** هستند. این نشان می‌دهد که گروه‌های سنی **39-45** نسبت به گروه‌های سنی **32-38** به طور معنی‌داری با پخش DVD موافق نیستند (**b**).

* به همین منوال، سطوح معنی‌دار برای آزمون‌های تقابل دوم بزرگتر از **0.10** هستند. شرکای زیر **32** و بالای **45** سال از نظر آماری امتیازات برآورد مساوی دارند (**c**).



a		Value of Contrast	Std. Error	t	df	Sig. (2-tailed)
Total DVD assessment	Assume equal variances	1	2.20	2.525	871	.387
	Does not assume equal variances	2	2.61	1.633	1.596	.116
	Assume equal variances	1	2.20	2.678	821	.423
	Does not assume equal variances	2	2.61	1.594	1.635	.110

مبحث را در مرجع کاربردی SPSS 20 (30) دنبال نمایید.



Telegram.me/iepnu
کانال تخصصی مهندسی صنایع دانشگاه پیام نور